Розділ 7

Показники варіації

7.1. Поняття варіації ознак. Показники варіації

Середні величини ($\bar{x}$,Мо,М*е*) як показники центральної тенденції, характеризуючи варіаційний рід одним числом, не враховують варіацію (коливання) ознаки, хоча вона має місце. В середній відображаються загальні умови, притаманні всій даній сукупності, але не відображаються індивідуальні часткові умови, що породжують варіацію у окремих одиниць сукупності. Середні величини також не показують як окремі значення досліджуваної ознаки групуються навколо середньої, чи зосереджені вони поблизу, чи значно відхиляються від неї. Середня даючи узагальнену характеристику всієї сукупності, не показує характер варіації ознаки та ступінь її коливання. Два ряди розподілу, що мають однакову середню величину, можуть значно відрізнятися один від одного за ступенем варіації величини досліджуваної ознаки. Це можна показати на такому прикладі.

Припустимо, що вивчається віковий склад двох злочинних організованих груп, кожна з яких складається з трьох осіб. Вік злочинців першої злочинної групи (років): 16, 26, 21, а другої 18, 23, 22, Середній вік злочинців двох організованих груп однаковий і становить 21 рік. Однак, коливання віку окремих злочинців у першій групі значно більше (10 років), ніж у другій (5 років). Природно, що друга група злочинців більш однорідна за віковим складом, ніж друга.

В зв'язку з цим середня величина як показник центральної тенденції не дає вичерпної характеристики положення статистичного розподілу. Виникає необхідність вивчення варіації ознак, використовуючи для цієї мети специфічні показники міри розсіювання.

Аналізуючи одержанні в процесі статистичного спостереження дані про ту чи іншу ознаку можна виявити чисельні відмінності між окремими одиницями сукупності. Відомо, що в певних межах коливаються показники, продуктивності праці, заробітної плати, рівня злочинності, відсотка розкриття злочинів, віку злочинців та ін.

Варіацією ознаки називають наявність відмінностей в чисельних значеннях ознак у одиниць сукупності. Термін “варіація” походить від латинського слова *variatio* – зміна, коливання, відмінність. Варіація є властивістю статистичної сукупності. Вона зумовлена множиною взаємопов'язаних між собою необхідних та випадкових, внутрішніх і зовнішніх факторів, серед яких є основні та другорядні. Основні фактори формують центр розподілу, другорядні – варіацію ознак, спільна їх дія – форму розподілу. Наприклад, рівень злочинності залежить від рівня безробіття, освіти і виховання злочинців та інших об'єктивних і суб'єктивних факторів. Спільна їх дія зумовлює той чи інший рівень злочинності в окремих регіонах, а також закономірність розподілу регіонів за цією ознакою.

За ступенем варіації можна робити висновки про багато сторін процесу розвитку досліджуваних явищ, зокрема про однорідність сукупності, стійкість індивідуальних значень ознаки, типовість середньої, взаємозв'язок між ознаками одного і того самого явища і ознаками різних явищ.

Вимірювання варіації дає змогу оцінити ступінь впливу на досліджувану ознаку інших варіюючих ознак. Показники варіації слугують характеристикою типовості, надійності середньої величини. Чим менша варіація, тим середня більш типова, і навпаки – чим більш індивідуальні значення ознаки варіюють, коливаються навколо середньої, тим вона менш типова.

Основними завданнями вивчення варіації ознак є: 1) визначення міри варіації, тобто кількісного її вимірювання. Це завдання вирішується за допомогою розрахунку спеціальних показників варіації; 2) вивчення причин, які викликають варіацію, причинно-наслідкова оцінка характеру розсіювання, що передбачає дослідження закономірностей випадкової варіації в статистичних сукупностях; 3) розкладання загальної варіації ознаки на варіацію, що породжується систематичними та випадковими причинами.

Для вимірювання варіації ознаки застосовуються різні показники. Відповідно з визначенням варіація вимірюється ступенем коливання варіантів ознаки від рівня їх середньої величини. Саме на цьому і ґрунтується більшість показників, які застосовуються в статистиці для вимірювання варіації ознаки в сукупності.

Всі показники варіації поділяються на дві групи: абсолютні та відносні. До абсолютних відносяться розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, середнє квартильне відхилення. Друга група показників розраховується як відношення абсолютних показників варіації до середньої арифметичної (або медіани). Відносними показниками варіації є коефіцієнт осциляції, варіації, відносне лінійне відхилення та ін. Кожний з названих показників має певні аналітичні переваги при вирішенні тих чи інших статистичних задач. Вибір того чи іншого показника залежить від конкретних завдань статистичного аналізу і наявної інформації.

Розглянемо перелічені показники варіації більш докладно.

Розмах варіації. Найпростішим показником варіації є розмах варіації, який являє собою різницю між максимальним і мінімальним значеннями ознаки.

$$R = x_{\max} - x_{\min} .$$

В інтервальних рядах розподілу розмах варіації визначають як різницю між верхньою межею останнього та нижньою межею першого або як різницю між серединами інтервалів.

Безумовною перевагою показника розмаху варіації є простота його розрахунку. Однак він не може в повній мірі охарактеризувати варіацію ознаки, оскільки не враховує всіх значень ознаки, проміжних між максимальним та мінімальним значеннями. Не враховує він і частот. Особливість показника розмаху варіації полягає у тому, що він залежить лише від двох крайніх значень ознаки, які можуть виявитися не достатньо типовими. В зв'язку з цим розмах варіації відображає інколи випадкове, а не типове для даного ряду коливання. Зазначені недоліки розмаху варіації звужують область його практичного застосування. В основному він використовується для попередньої оцінки варіації. Тому необхідні інші показники варіації, які грунтуються на всіх значеннях ознаки в даній сукупності.

Більш досконалим показником вимірювання варіації є середнє лінійне та середнє квадратичне відхилення, які усувають зазначені вище недоліки розмаху варіації.

Середнє лінійне відхилення являє собою середню арифметичну з абсолютних значень відхилень окремих варіант від середньої арифметичної.

просте зважене

$$\bar{l} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}; \qquad \bar{l} = \frac{\sum |x - x| f}{\sum f} .$$

Прямі дужки означають, що абсолютні значення відхилень беруться по модулю, тобто підсумовування виконується без врахування знаків (плюс або мінус). Така умовність пояснюється тим, що оскільки сума

відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої в першому ступені дорівнює нулю (нульова властивість середньої арифметичної), то для одержання суми всіх відхилень, відмінної від нуля, кожне відхилення слід брати як додатну величину.

Показник середнього лінійного відхилення більш обґрунтований порівнянно з розмахом варіації. Він не залежить від випадкових коливань крайніх значень, оскільки спирається на всі значення ознаки, враховує всю суму відхилень індивідуальних варіантів від середньої арифметичної та частоти.

Однак і цей показник варіації має суттєві недоліки. Основним є те, що в ньому не враховуються знаки (спрямованість) відхилень. Довільне відкидання алгебраїчних знаків відхилень призводить до того, що математичні властивості цього показника є далеко не елементарними, а це значно ускладнює використання середнього лінійного відхилення при розв'язанні задач, пов'язаних з ймовірнисними розрахунками. Тому середнє лінійне відхилення використовується рідко.

Намагання скласти показник варіації, який би усував недоліки розмаху варіації та середнього лінійного відхилення призводить до дисперсії та середнього квадратичного відхилення.

Дисперсією називають середній квадрат відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої арифметичної. Її визначають за формулами:

проста зважена

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}; \qquad \sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} .$$

Середнє квадратичне відхилення одержують шляхом добування кореня квадратного з дисперсії:

просте зважене

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}; \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} .$$

Змістовне значення середнього квадратичного відхилення таке саме, як і середнього лінійного відхилення. Воно показує на скільки в середньому відхиляються індивідуальні значення варіант від їх середнього значення.

Середнє квадратичне відхилення є критерієм надійності середньої. Чим менше воно, тим краще середня арифметична відображає всю досліджувану сукупність. Перевага середнього квадратичного відхилення порівняно з середнім лінійним відхиленням полягає у тому, що при розрахунку ніякого умовного припущення про підсумовування відхилень без врахування знаків не допускається, оскільки всі відхилення підносяться до квадрату.

Середнє квадратичне відхилення ще називають стандартним відхиленням (від англ. – the standart deviation). Воно як розмах варіації й середнє лінійне відхилення є величиною іменованою та виражається в тих самих одиницях вимірювання, що й варіанти досліджуваної ознаки і середня величина (ц, кг, грн., м, і т. д.)

Дисперсія і середнє квадратичне відхилення широко застосовуються на практиці. Пояснюється це тим, що вони входять в більшість теорем, які є фундаментом математичної статистики. Крім того, дисперсія може бути розкладена на складові елементи, які дають змогу оцінити вплив різних факторів, що зумовлюють варіацію досліджуваної ознаки. В наступних розділах буде показано, як дисперсія використовується для оцінки результатів вибіркового спостереження, побудови показників тісноти кореляційного зв'язку, в дисперсійному аналізі і т.д.

Середнє квадратичне відхилення відіграє важливу роль в аналізі рядів розподілу. В умовах нормального розподілу існує така залежність між величиною середнього квадратичного відхилення і кількістю спостережень: в межах $x \pm 1\sigma$ розташовується 0,683, або 68,3 % кількості спостережень; в межах $x \pm 2\sigma$ – 0,954, або 95,4%; в межах $x \pm 3\sigma$ – 0,997, або 99,7% кількості спостережень. В дійсності на практиці майже не зустрічаються відхилення, які перевищують $\pm 3\sigma$. Відхилення 3σ може вважатися максимально можливим. Це положення називають "**правилом трьох сигм**".

Якщо показником центру розподілу використовується медіана, то для характеристики варіації можна застосувати так зване **квартильне відхилення**:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2},$$

де Q_1 і Q_3 - відповідно перший і третій квартилі розподілу.

Цей показник також можна застосувати замість розмаху варіації, щоб запобігти недоліків, пов'язаних з використанням крайніх значень ознаки.

Між середнім квадратичним відхиленням, середнім лінійним відхиленням, квартильним відхиленням і розмахом варіації в нормально розподіленій сукупності існує таке співвідношення:

$$6\sigma \approx 7{,}5\bar{l} \approx 9{,}0Q \approx R \text{, або } \sigma \approx 1{,}25\bar{l} \approx 1{,}5Q \approx 1/6R\,.$$

Поряд з варіацією кількісних ознак в соціально-економічних і соціально-правових явищах має місце і варіація якісних ознак. При цьому якщо є тільки два взаємо виключаючих варіанти, то таку варіацію називають **альтернативною.** При альтернативній мінливості одні одиниці сукупності володіють даною ознакою, а інші не володіють. Наприклад, продукція придатна і бракована, правопорушник раніше засуджений і не засуджений, злочин розкритий і нерозкритий тощо дає альтернативну ознаку. Наявність ознаки у одиниці сукупності позначають **1**, а відсутність – **0**; частку одиниць, що володіють даною ознакою, позначають **р**, а не володіючих – **q**. Очевидно, що **р + q = 1**. Звідки **р = 1 - q**, а **q = 1 – р.**

Дисперсія альтернативної ознаки визначається за формулою:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{(1-p)^2 p + (0-p)^2 q}{p+q} = \frac{q^2 p + p^2 q}{p+q} = pq.$$

Таким чином, дисперсія альтернативної ознаки дорівнює добутку частки одиниць, що володіють даною ознакою, на частку одиниць, що не володіють нею.

Середнє квадратичне відхилення альтернативної ознаки дорівнює:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{pq} \text{, або } \sigma = \sqrt{p(1-p)}\,.$$

Оскільки **p+q** не може бути більше одиниці (0,5+0,5), то дисперсія не може перевищувати 0,25.

Наприклад, при огляді партії продукції 2% виявилося бракованою. Позначимо наявність браку – 1, а відсутність – 0, частку бракованої продукції – р, а доброякісної – q.

Тоді $\sigma^2 = pq = 0{,}02 \cdot 0{,}98 = 0{,}0196;\ \sigma = \sqrt{pq} = \sqrt{0{,}0196} = 0{,}14.$

Отже, середнє квадратичне відхилення, яке показує як в середньому відхиляються індивідуальні значення ознаки від середньої арифметичної, дорівнює 0,14, або 14%.

При порівнянні коливання сукупностей, що мають різні одиниці вимірювання та значення середніх величин, робити висновки про ступінь варіації за середнім лінійним і середнім квадратичним відхиленнями важко. Тому з метою одержання порівнянних даних необхідно від абсолютних показників варіації перейти до відносних. Ці показники розраховуються як відношення абсолютних показників варіації до середньої арифметичної (медіани). Використовуючи за абсолютні показники варіації розмах варіації, середнє лінійне відхилення, середнє квадратичне відхилення та квартильне відхилення, одержимо відносні показники коливання (найчастіше вони виражаються у відсотках):

коефіцієнт осциляції: $V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%$;

відносне лінійне відхилення: $V_{\bar{l}} = \frac{\bar{l}}{\bar{x}} \cdot 100\%$;

коефіцієнт варіації: $V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$;

відносне квартильне відхилення:

$$V_Q = \frac{Q}{\bar{x}} \cdot 100\%, \text{ або } V_Q = \frac{Q}{Me} \cdot 100\%, \text{ або } V_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2Q_2} \cdot 100\%,$$

де Q — квартильне відхилення; Q_1 — перший квартиль; Q_2 - медіана; Q_3 - третій квартиль.

Враховуючи, що середнє квадратичне відхилення дає узагальнену характеристику коливання всіх варіантів сукупності, коефіцієнт варіації є показником відносної варіації, що найчастіше застосовується. Його застосовують не тільки для порівняльної оцінки варіації, але й для характеристики однорідності сукупності. При цьому виходять з того, що якщо коефіцієнт варіації менше 33%, то сукупність вважається однорідною (для розподілів близьких до нормального).

Розрахунок перелічених показників варіації здійснимо за даними розподілу 100 справ про адміністративні правопорушення за сумою накладеного штрафу (табл.7.1.).

Нагадаємо, що раніше в розділі 6 за даними досліджуваного розподілу були обчислені такі характеристики: середня арифметична $\bar{x} = 32{,}64$ грн., перший квартиль - $Q_1 = 30{,}17$ грн., медіана - $Q_2 = 32{,}72$ грн., третій квартиль - $Q_3 = 35{,}00$ грн.

Абсолютні показники варіації

Розмах варіації:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 40 - 26 = 14 \text{ грн.}$$

Таблиця 7.1

Дані для розрахунку середнього лінійного і середнього квадратичного відхилень

Номер групи	Межі інтервалів за сумою штрафу, грн.	Середина інтервалу, грн.	Кількість справ	Середнє лінійне відхилення		Середнє квадратичне відхилення	
		x	f	$\lvert x-\bar{x}\rvert$	$\lvert x-\bar{x}\rvert f$	$(x-\bar{x})^2$	$(x-\bar{x})^2 f$
I	26 - 28	27	8	5,64	45,12	31,81	254,48
II	28 - 30	29	16	3,64	58,24	13,25	212,00
III	30 - 32	31	17	1,64	27,88	2,96	45,73
IV	32 - 34	33	25	0,36	9,00	0,13	3,25
V	34 - 36	35	18	2,36	42,48	5,57	100,26
VI	36 - 38	37	11	4,36	47,96	19,01	209,11
VII	38 - 40	39	5	6,36	31,80	40,45	202,25
Разом	**x**	**x**	**100**	**x**	**262,48**	**x**	**1027,08**

Середнє лінійне відхилення:

$$\bar{l} = \frac{\sum |x - x| f}{\sum f} = \frac{262{,}48}{100} = 2{,}6 \text{ грн.}$$

Дисперсія:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{1027{,}08}{100} = 10{,}27 \text{ грн.}$$

Середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{10{,}27} = 3{,}2 \text{ грн.}$$

Квартильне відхилення:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{35{,}00 - 30{,}17}{2} = 2{,}4 \text{ грн.}$$

Відносні показники варіації

Коефіцієнт осциляції:

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{14}{32{,}64} \cdot 100\% = 42{,}9\%.$$

Відносне лінійне відхилення:

$$V_{\bar{l}} = \frac{\bar{l}}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{2{,}6}{32{,}64} \cdot 100\% = 8{,}0\%.$$

Коефіцієнт варіації:

$$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{3{,}2}{32{,}64} \cdot 100\% = 9{,}8\%.$$

Відносне квартильне відхилення:

$$V_{Q} = \frac{Q}{Me} \cdot 100\% = \frac{2{,}4}{32{,}72} \cdot 100\% = 7{,}3\%.$$

Отже, сума штрафу по даній сукупності справ коливається в межах $\pm 3{,}2$ грн. (по σ), або на 9,8% по відношенню до середньої суми штрафу.

7.2. Математичні властивості дисперсії та спрощені способи її розрахунку

Дисперсія володіє рядом математичних властивостей, які дають змогу спростити розрахунки. Розглянемо їх.

1. Дисперсія постійної величини дорівнює нулю:

$$\sigma^2_{A\ const} = 0.$$

Ця властивість випливає з того, що дисперсія є показником розсіювання варіант навколо середньої арифметичної, а середня арифметична постійної величини дорівнює цій величині.

2. Якщо з усіх значень варіант відняти постійну величину (x_0), то дисперсія не зміниться:

$$\sigma^2_{(x_i - x_0)} = \sigma^2 .$$

Це означає, що дисперсію можна розрахувати не за даними значення ознаки, а за відхиленнями від будь-якого постійного числа.

3. Якщо всі значення варіант зменшити (збільшити) в одне й те саме число разів (h), то дисперсія зменшиться (збільшиться) в h^2 разів, а середнє квадратичне відхилення в h разів:

$$\sigma^2_{\frac{x}{h}} = \sigma^2 : h^2.$$

Це означає, що всі значення ознаки можна поділити на постійне число (наприклад, на величину інтервалу), обчислити середнє квадратичне відхилення, а потім помножити його на це постійне число:

$$\sigma_x = \sigma_{\frac{x}{h}} \cdot h.$$

4. Якщо обчислити середній квадрат відхилень від будь-якої величини А, в тому чи іншому ступені відмінної від середньої арифметичної ($\bar{x}$), то він завжди буде більше середнього квадрата відхилень, обчисленого від середньої арифметичної:

$$\sigma^2_A > \sigma^2.$$

При цьому більше на цілком певну величину – квадрат різниці між середньою та цією умовно взятою величиною, тобто на

$$(\bar{x} - A)^2; \sigma^2_A = \sigma^2 + (\bar{x} - A)^2 ,$$

або

$$\sigma^2_A = \sigma^2 - (\bar{x} - A)^2 = \frac{\sum (x - A)^2 f}{\sum f} - (\bar{x} - A)^2 ,$$

де σ^2 - середній квадрат відхилень від середньої арифметичної;

σ^2_A - середній квадрат відхилень від довільної величини А.

Це означає, що дисперсія від середньої завжди менша дисперсій, обрахованих від будь-яких інших довільних величин, тобто вона має властивість мінімальності.

Ряд властивостей дисперсії грунтується на рівності:

$\sigma^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2$, тобто дисперсія дорівнює різниці між середньою з квадратів варіант та квадратом середньої. Ця рівність випливає з того, що якщо довільну величину А прирівняти до нуля, то попередня формула дисперсії приймає вигляд:

$$\sigma^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum xf}{\sum f} \right)^2 .$$

Ця формула широко використовується в статистиці для спрощеного розрахунку дисперсії (табл. 7.2).

$$\sigma^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - (\bar{x})^2 = \frac{107564}{100} - 32{,}64^2 = 10{,}27;$$

$$\sigma = \sqrt{10{,}27} = 3{,}2 \ \text{грн.}$$

Отже, одержано такий самий результат, що і при розрахунку дисперсії звичайним способом.

Використання зазначених вище властивостей дисперсії дає змогу спростити її обчислення. Так, використовуючи другу і третю властивості в ряду розподілу з рівними інтервалами, дисперсію можна обчислити способом відліку від умовного нуля (способом моментів) за формулою:

$$\sigma^2 = \frac{\sum\left(\frac{x-x_0}{h}\right)^2 f}{\sum f} h^2 - (\bar{x}-x_0)^2,$$

де h – величина інтервалу; x_0 - початок відліку.

Перетворюючи наведену формулу, дисперсію і середнє квадратичне відхилення можна визначити через моменти першого та другого порядків:

$$\sigma^2 = h^2\left[\overline{(x')^2} - \overline{(x')}^2\right],$$

або в розгорнутому вигляді

$$\sigma^2 = h^2\left[\frac{\sum (x')^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum x'f}{\sum f}\right)^2\right],$$

де $x' = \frac{x-x_0}{h}$ - відхилення в інтервалах;

$$\frac{\sum (x')^2 f}{\sum f} = \frac{\sum\left(\frac{x-x_0}{h}\right)^2 f}{\sum f} = m_2$$ - умовний момент другого порядку;

$$\frac{\sum (x')f}{\sum f} = \frac{\sum\left(\frac{x-x_0}{h}\right) f}{\sum f} = m_1$$ - умовний момент першого порядку.

Тоді формули для обчислення дисперсії та середнього квадратичного відхилення можна записати в такому вигляді:

$$\sigma^2 = h^2(m_2 - m_1^2) \text{ і } \sigma = h\sqrt{m_2 - m_1^2}\ .$$

Отже, дисперсія, обчислена з використанням умовних моментів, дорівнює добутку квадрата величини інтервалу на різницю умовних

моментів першого і другого порядків. Такий спосіб розрахунку дисперсії дістав назву **способу моментів** або **способу відліку від умовного нуля**.

Розрахуємо дисперсію цим способом для нашого прикладу (табл.7.2.)

Таблиця 7.2

Дані для розрахунку дисперсії спрощеним способом і способом відліку від умовного нуля

Номер групи	Серединні значення інтервалів суми штрафу, грн.	Кількість справ	Спрощеним способом		Способом відліку від умовного нуля				
	x	f	x^2	x^2f	$x-x_0$	$\frac{x-x_0}{h}$	$\left(\frac{x-x_0}{h}\right)f$	$\left(\frac{x-x_0}{h}\right)^2$	$\left(\frac{x-x_0}{h}\right)^2 f$
I	27	8	729	5832	-6	-3	-24	9	72
II	29	16	841	13456	-4	-2	-32	4	64
III	31	17	961	16337	-2	-1	-17	1	17
IV	33	25	1089	27225	0	0	0	0	0
V	35	18	1225	22050	2	1	18	1	18
VI	37	11	1369	15059	4	2	22	4	44
VII	39	5	1521	7605	6	3	15	9	45
Разом	**X**	**100**	**x**	**107564**	**x**	**x**	**-18**	**x**	**260**

При цьому візьмемо $h = 2$ грн., $x_0 = 33$ грн.

$$\sigma^2 = \frac{\sum\left(\frac{x-x_0}{h}\right)^2 f}{\sum f} h^2 - (\bar{x}-x_0)^2 = \frac{260}{100} 2^2 - (32{,}64 - 33{,}00) = 10{,}27.$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{10{,}27} = 3{,}2 \text{ грн.}$$

Такий самий результат одержимо і через умовні моменти першого і другого порядків.

$$m_1 = \frac{\sum\left(\frac{x-x_0}{h}\right) f}{\sum f} = \frac{-18}{100} = -0{,}18;$$

$$m_2 = \frac{\sum\left(\frac{x-x_0}{h}\right)^2 f}{\sum f} = \frac{260}{100} = 2{,}60;$$

$$\sigma^2 = h^2(m_2 - m_1^2) = 2^2\left[2{,}60 - (-0{,}18)^2\right] = 4\cdot 2{,}5676 = 10{,}27.$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{10{,}27} = 3{,}2\ \textit{грн.}$$

Отже, розрахунки дисперсії і середнього квадратичного відхилення трьома способами збіглися і дають одні й ті самі результати.

7.3. Види дисперсій і правило їх додавання

Вивчаючи коливання ознаки в цілому по всій сукупності і спираючись на загальну дисперсію, ми не можемо визначити вплив окремих факторів на варіацію ознаки, що нас цікавить. Це завдання можна вирішити за допомогою побудови статистичних групувань. Якщо досліджувану сукупність поділити на окремі сукупності (групи) за ознакою, що нас цікавить, то це дасть змогу розкласти загальну дисперсію ознаки на дві дисперсії, одна з яких буде характеризувати частину варіації, зумовлену впливом фактору, покладеного в основу групування, а друга – варіацію, що виникає під впливом інших факторів (крім фактора, покладеного в основу групування). Таким чином, для сукупності поділеної на групи за якою-небудь ознакою, можна визначити такі види дисперсій: загальну, міжгрупову і внутрішньогрупову.

Загальна дисперсія ($\sigma^2_{заг}$) характеризує коливання (варіацію) ознаки під впливом всіх умов (факторів), що викликали цю варіацію. Вона обчислюється як відношення суми квадратів відхилень індивідуальних значень ознаки (x_i) від загальної середньої ($\bar{x}_0$) до числа одиниць сукупності:

проста / зважена

$$\sigma^2_{заг} = \frac{\sum(x_i - \bar{x}_0)^2}{n}; \qquad \sigma^2_{заг} = \frac{\sum(x_i - \bar{x}_0)^2 f}{\sum f}.$$

Міжгрупова (факторна) дисперсія ($\sigma^2_{м.гр}$) характеризує варіацію ознаки під впливом досліджуваного фактора (умови), покладеного в основу групування. Вона обчислюється як відношення суми квадратів відхилень групових середніх ($\bar{x}_i$) від загальної середньої до числа одиниць сукупності:

проста / зважена

$$\sigma^2_{м.гр} = \frac{\sum(\bar{x}_i - \bar{x}_0)^2}{n}; \qquad \sigma^2_{м.гр} = \frac{\sum(\bar{x}_i - \bar{x}_0)^2 f_i}{\sum f_i}.$$

де $\bar{x}_i$ і f_i - групові середні і чисельності по окремих групах.

Внутрішньогрупова дисперсія ($\sigma^2_{в.гр}$) характеризує варіацію ознаки, зумовлену не врахованими при групуванні факторами. Вона залежить від умови (фактора), покладеного в основу групування і характеризує варіацію ознаки тільки за рахунок умов і факторів, що діють всередині групи. Для окремих груп внутрішньогрупова варіація розраховується як відношення суми квадратів відхилень індивідуальних значень ознаки (x_i) від групових середніх ($\bar{x}_i$) до числа одиниць сукупності:

проста / зважена

$$\sigma^2_{в.гр} = \frac{\sum(x_i - \bar{x}_i)^2}{n}; \qquad \sigma^2_{в.гр} = \frac{\sum(x_i - \bar{x}_i)^2 f_i}{\sum f_i}.$$

Вона може бути також визначена як середня арифметична зважена з групових дисперсій (σ_i^2):

$$\overline{\sigma}^2_{в.гр} = \frac{\sum \sigma_i^2 f_i}{\sum f_i}.$$

Усі три згадані дисперсії пов’язані між собою такою рівністю: величина загальної дисперсії дорівнює сумі величин міжгрупової та внутрішньогрупової дисперсій:

$$\sigma^2_{заг} = \sigma^2_{м.гр} + \sigma^2_{в.гр}.$$

Ця рівність дістала назву **правила додавання дисперсій.**

Знаючи будь-які два види дисперсій, завжди можна знайти або перевірити правильність розрахунку третього виду:

$$\sigma^2_{м.гр} = \sigma^2_{заг} - \sigma^2_{в.гр}; \sigma^2_{в.гр} = \sigma^2_{заг} - \sigma^2_{м.гр}.$$

Зіставленням міжгрупової та загальної дисперсій (відповідно обсягів варіації) можна визначити ступінь впливу факторної ознаки, покладеної в основу групування, на коливання результативної ознаки. При цьому визначають так зване **кореляційне відношення**:

$\eta^2 = \frac{\sigma^2_{м.гр}}{\sigma^2_{заг}} = \frac{W_{м.гр}}{W_{заг}}$, яке характеризує частку варіації, зумовлену факторною ознакою. Решта варіації $\frac{\sigma^2_{в.гр}}{\sigma^2_{заг}} = \frac{W_{в.гр}}{W_{заг}} = 1 - \eta^2$ визначається неврахованими при групуванні випадковими причинами.

Правило додавання дисперсій знаходить широке практичне застосування в статистичному аналізі оцінки істотності і ступеня впливу окремих факторів на загальне коливання результативних ознак (див. дисперсійний та кореляційний аналіз).

Розглянемо порядок визначення загального обсягу варіації та дисперсій, їх розкладання на міжгрупову та внутрішньогрупову на такому прикладі.

В області вибірково вивчався вплив рівня безробіття (відношення чисельності безробітних до чисельності активного населення, %) на коефіцієнт (рівень) злочинності (кількість зареєстрованих злочинів на 1000 чол. всього населення). Було сформовано 3 варіанта обстеження за рівнем безробіття і 4 повторності за коефіцієнтом злочинності, всього було обстежено 12 районів (табл. 7.3).

Таблиця 7.3

Вплив рівня безробіття на коефіцієнт (рівень) злочинності)

Варіант обсте-ження	Рівень безро-біття, %	Коефіцієнт злочинності за повторностями, злочинів x_i				Сума $\sum x_i$	Середнє $\bar{x}_i$
		I	II	III	IV		
1	до 5	9,5	8,9	9,2	10,4	38,0	9,5
2	6 – 9	11,4	12,9	12,5	11,2	48,0	12,0
3	понад 9	14,7	15,0	15,4	14,9	60,0	15,0
Сума	**-**	**35,6**	**36,8**	**37,1**	**36,5**	**146,0**	**12,2**

Аналіз даних таблиці показує, що коефіцієнт злочинності коливається як внаслідок впливу рівня безробіття (за варіантами обстеження), так і в межах того самого варіанта обстеження згідно з повторностями. Отже, на коефіцієнт злочинності крім рівня безробіття впливають також інші фактори.

Потрібно визначити загальний обсяг варіації коефіцієнта злочинності, поділивши його на варіацію, пов'язану з впливом рівня безробіття (міжгрупову варіацію), і варіацію, зумовлену факторами, що не враховуються в обстеженні (внутрішньогрупову або остаточну варіацію).

Для визначення загальної середньої для всього варіанта обстеження, а також середніх для кожного варіанта знайдемо суми вихідних даних по рядках та колонках і поділимо їх на відповідну кількість повторень (на 4 при обчисленні середньої для кожного варіанта обстеження і на 12 при визначенні середньої для всіх спостережень).

Середні становитимуть для варіанта обстеження:

а) першого $\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{n} = \frac{38,0}{4} = 9,5$ злочина;

б) другого $\bar{x}_2 = \frac{\sum x_2}{n} = \frac{48,0}{4} = 12,0$ злочинів;

в) третього $\bar{x}_3 = \frac{\sum x_3}{n} = \frac{60,0}{4} = 15,0$ злочинів;

г) по всьому обстеженню $\bar{x}_0 = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{146}{12} = 12,2$ злочина,

або $\bar{x}_0 = \frac{\sum \bar{x}}{n} = \frac{9,5+12,0+15,0}{3} = \frac{36,5}{3} = 12,2$ злочина.

Введемо такі умовні позначення: *m* – число варіантів обстеження (*m* =3); *n* – число повторностей (*n* = 4); *N* - загальна кількість спостережень (*N*=*m*·*n*=3·4=12).

Для обчислення відповідних сум квадратів відхилень і дисперсій піднесемо коефіцієнт злочинності до квадрата (табл. 7.4).

Обчислимо суми квадратів відхилень, що характеризують загальну, міжгрупову і внутрішньогрупову варіації:

а) **загальна**

$$W_{заг} = \sum x_i^2 - N\bar{x}_0^2 = 1840,58 - 12 \cdot 12,2^2 = 1840,58 - 1786,08 = 54,50;$$

б) **міжгрупова**

$$W_{м.гр.} = n(\sum \bar{x}_i^2 - m \cdot \bar{x}_0^2) = 4(459,25 - 3 \cdot 12,2^2) = 4(459,25 - 446,52) = 4 \cdot 12,73 = 50,92;$$

Таблиця 7.4

Квадрати коефіцієнта злочинності

Варіант обстеження	Рівень безробіття, %	Квадрат коефіцієнта злочинності $(x_i)^2$				Сума квадратів $\sum x_i^2$	Квадрат середніх $(\bar{x}_i)^2$
		I	II	III	IV		
1	до 5	90,25	79,21	84,64	108,16	362,26	90,25
2	6 – 9	129,96	166,41	156,25	125,44	578,06	144,00
3	понад 9	216,09	225,00	237,16	222,01	900,26	225,00
Сума	-	**436,30**	**470,62**	**478,05**	**455,61**	**1840,58**	**459,25**

в) **внутрішньогрупова**, або **остаточна** для всіх груп (варіантів обстеження):

для першого варіанта обстеження

$$W'_{в.гр} = \sum x_1^2 - n\bar{x}_1^2 = 362{,}26 - 4\cdot 9{,}5^2 = 362{,}26 - 361{,}00 = 1{,}26\,;$$

для другого варіанта обстеження

$$W''_{в.гр} = \sum x_2^2 - n\bar{x}_2^2 = 578{,}06 - 4\cdot 12{,}0^2 = 578{,}06 - 576{,}00 = 2{,}06\,;$$

для третього варіанта обстеження

$$W'''_{в.гр} = \sum x_3^2 - n\bar{x}_3^2 = 900{,}26 - 4\cdot 15{,}0^2 = 900{,}26 - 900{,}00 = 0{,}26\,.$$

Загальна сума внутрішньогрупової варіації

$$W_{в.гр} = W'_{в.гр} + W''_{в.гр} + W'''_{в.гр} = 1{,}26 + 2{,}06 + 0{,}26 = 3{,}58\,.$$

Цю саму суму можна знайти й іншим способом, виходячи із правила додавання (розкладання) варіації:

$$W_{в.гр} = W_{заг} - W_{м.гр} = 54{,}50 - 50{,}92 = 3{,}58\,.$$

Таким чином, можна записати, що:

$$W_{заг} = W_{м.гр} + W_{в.гр}\,;$$

$$54{,}50 = 50{,}92 + 3{,}58;$$

$$100{,}0\% = 93{,}4\% + 6{,}6\%.$$

Отже, загальну варіацію коефіцієнта злочинності (54,50) розкладено на систематичну, зумовлену впливом рівня безробіття (50,92) і

випадкову, спричинену дією неврахованих у обстеженні факторів (3,58).

За вказаними сумами квадратів відхилень можна обчислити загальну, міжгрупову і внутрішньогрупову дисперсії:

$$\sigma^2_{заг} = \frac{W_{заг}}{N} = \frac{54{,}50}{12} = 4{,}54\,;$$

$$\sigma^2_{м.гр} = \frac{W_{м.гр}}{N} = \frac{50{,}92}{12} = 4{,}24\,;$$

$$\sigma^2_{в.гр} = \frac{W_{в.гр}}{N} = \frac{3{,}58}{12} = 0{,}30\,.$$

За правилом додавання дисперсій можна записати:

$$\sigma^2 = \sigma^2_{м.гр} + \sigma^2_{в.гр}\,;$$

$$4{,}54 = 4{,}24 + 0{,}30.$$

Отже, доведено, що загальна дисперсія дорівнює сумі міжгрупової і внутрішньогрупової дисперсій.

Порівнюючи між собою міжгрупову і загальну дисперсії, можна визначити відносний показник, який називають **кореляційним відношенням**, за допомогою якого визначають ступінь впливу досліджуваного фактора на результативну ознаку.

Кореляційне відношення, що характеризує ступінь впливу рівня безробіття на коефіцієнт (рівень) злочинності, становить:

$$\eta^2 = \frac{\sigma^2_{м.гр}}{\sigma^2_{заг}} = \frac{4{,}24}{4{,}50} = 0{,}934\text{, або } 93{,}4\%.$$

Такий самий результат дістанемо і при порівнянні сум квадратів відхилень між групової і загальної варіації:

$$\eta = \frac{W_{м.гр}}{W_{заг}} = \frac{50{,}92}{54{,}50} = 0{,}934\text{, або } 93{,}4\%.$$

Отже, 93,4% загального коливання коефіцієнта злочинності припадає на рівень безробіття, а 6,6% (100-93,4) зумовлено іншими випадковими факторами, які не було врахованого при обстеженні.

7.4. Моменти статистичних розподілів

Розглянуті вище середні величини і показники варіації є частковими випадками єдиної системи узагальнюючих статистичних характеристик розподілу, що одержала назву моменту статистичного розподілу.

Моментом розподілу називають середню арифметичну величину з піднесених до заданого ступеню відхилень окремих варіант від деякої постійної величини ($0, \bar{x}, x_0$):

$$M_k = \frac{\sum (x_i - A)^k f_i}{\sum f_i} = \overline{(x_i - A)^k},$$

де A — постійна величина, від якої визначаються відхилення (за постійну величину можуть бути взяті нуль, середня арифметична $\bar{x}$ або умовний початок відліку x_0); k — показник степені, що визначає порядок моменту.

Для вивчення характеристик статистичних розподілів найчастіше використовуються моменти перших п'яти порядків (k дорівнює 0, 1, 2, 3, 4).

Залежно від того, що приймається за постійну величину, від якої визначаються відхилення, розрізняють три види моментів: початкові, центральні та умовні.

Моменти розподілу, при обчисленні яких за вихідну величину приймається нуль (А = 0), називають **початковими моментами** (М):

$$M_k = \overline{(x_i - 0)^k} = \frac{\sum x_i^k f_i}{\sum f_i}.$$

Моменти розподілу, при обчисленні яких за вихідну величину приймаються відхилення від середньої арифметичної ($A = \bar{x}$), називають **центральними моментами** (μ):

$$\mu_k = \overline{(x_i - \bar{x})^k} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^k f_i}{\sum f_i}.$$

Моменти розподілу, при обчисленні яких за вихідну величину приймаються відхилення від довільно взятої величини (x_0), тобто від так званого умовного початку відліку, називають **умовними моментами** (m):

$$m_k = \overline{(x_i - x_0)^k} = \frac{\sum (x_i - x_0)^k f_i}{\sum f_i}.$$

Початкові моменти другого, третього і четвертого порядків так само як і умовні моменти самостійного значення не мають, а використовуються для спрощеного обчислення центральних моментів.

Аналізуючи формули моментів, можна помітити, що початковий момент першого порядку $M_1 = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$ являє собою середню арифметичну ($\bar{x}$) і використовується як показник центру розподілу. Центральний момент першого порядку завжди дорівнює нулю (нульова властивість середньої арифметичної $\sum (x_i - \bar{x}) = 0$). Центральний момент другого порядку $\mu_2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$ дорівнює дисперсії. Центральний момент третього порядку μ_3 дорівнює нулю в симетричному розподілі і використовується для визначення показника асиметрії (скошеності). Центральний момент четвертого порядку застосовується при обчисленні показника ексцесу (гостровершинності).

В зв'язку з тим, що теоретична форма розподілу найчастіше невідома, викликає інтерес вивчення деяких властивостей кривої, побудованої за даними емпіричного розподілу. Зокрема, велике значення має вимірювання ступеню відхилення даного розподілу від симетричного та характеристика особливості побудови вершини кривої розподілу (ступеня гостровершинності). З цією метою обчислюються показники асиметрії (скошеності) і гостровершинності (ексцесу).

Оскільки моменти залежать від прийнятої системи одиниць, в статистичній практиці виявляється більш доцільним брати не абсолютні значення моментів, а їх відношення до стандартного відхилення (середнього квадратичного відхилення σ у відповідній степені.

За міру асиметрії (скошеності) прийнято розглядати стандартизоване відхилення $k_{ск} = \frac{\mu_3}{\sigma_3}$, тобто **коефіцієнт скошеності (асиметрії)**, який являє собою відношення центрального моменту третього порядку до середнього квадратичного відхилення в третій степені.

Розрізняють також **нормовані моменти**, під якими розуміють відношення k-го порядку до середнього квадратичного відхилення в k-ій степені. Відповідно до цього коефіцієнт скошеності можна розглядати як третій нормований центральний момент розподілу.

Про наявність асиметрії в досліджуваному розподілі можна судити і за неспівпаданням показників центру розподілу ($\bar{x}$ і Mo): чим більше між ними різниця, тим більше асиметрія ряду розподілу. Для симетричних розподілів частоти будь-яких двох варіант, рівновіддалених по обидві сторони від центру розподілу, рівні між собою. Розраховані для таких розподілів середня, мода і медіана також рівні.

Одним з найбільш простих показників асиметрії (скошеності), що грунтуються на співвідношеннях середньої арифметичної і моди, є показник

$$k_{ск} = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma}.$$

Його величина може бути додатною чи від'ємною. В першому випадку мова йде про правосторонню асиметрію, в другому – про лівосторонню.

При наявності додатної (правосторонньої) скошеності (права гілка кривої довша) між показниками центру розподілу існує таке співвідношення $Mo < Me < \bar{x}$, відповідно при наявності від'ємної (лівосторонньої) скошеності (ліва гілка кривої довша) спостерігається обернене співвідношення: $Mo > Me > \bar{x}$.

В практичних розрахунках по визначенню асиметрії перевага надається третьому нормованому центральному моменту.

В симетричному ряді розподілу k=0, при правосторонній скошеності k>0, при лівосторонній k<0. Прийнято вважати, що асиметрія вища 0,5 (незалежно від знаку) рахується значною; якщо вона менша 0,25, то незначною.

Для характеристики ступеню гостровершинності (ексцесу) використовується четвертий нормований центральний момент, тобто відношення μ_4/σ^4.

В нормальному розподілі існує таке співвідношення між центральним моментом четвертого порядку та центральним моментом другого порядку (дисперсією): $\mu_4 = 3\sigma^4$, тобто для нормального розподілу четвертий нормований момент дорівнює 3 ($\mu_4/\sigma^4 = 3$).

Тому дане співвідношення можна використати як міру гостровершинності. Якщо показник гостровершинності (ексцесу) представити у вигляді $Ex = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3,$, то в нормальному розподілі E_x=0, при гостровершинному або додатному ексцесі E_x >0 і при плосковершинному або від'ємному ексцесі E_x<0.

Обчислимо для досліджуваного ряду розподілу 100 справ про адміністративні правопорушення за сумою накладеного штрафу коефіцієнти скошеності і ексцесу, попередньо визначивши центральні моменти через умовні (табл.7.5).

Таблиця 7.5

Дані для розрахунку умовних моментів

Серединні значення інтервалу, грн.	Перші чотири степені відхилень варіант від умовного початку				Кількість справ f_i	Добуток			
	$x' = \frac{x - x_0}{h}$	$(x')^2$	$(x')^3$	$(x')^4$		$x'f$	$(x')^2 f$	$(x')^3 f$	$(x')^4 f$
27	-3	9	-27	81	8	-24	72	-216	648
29	-2	4	-8	16	16	-32	64	-128	256
31	-1	1	-1	1	17	-17	17	-17	17
33	0	0	0	0	25	0	0	0	0
35	1	1	1	1	18	18	18	18	18
37	2	4	8	16	11	22	44	88	176
39	3	9	27	81	5	15	45	135	405
Разом	**-**	**-**	**-**	**-**	**100**	**-18**	**260**	**-120**	**1520**

За умовний початок відліку приймемо серединне значення інтервалу з сумою штрафу 33 грн. ($x_0 = 33 грн.$) і який має найбільшу частоту. Величина інтервалу h = 2 грн.

Використовуючи дані табл. 7.5, визначимо значення моментів відносно початку відліку, виражені в частках інтервалу:

$$m_1' = \frac{\sum (x - x_0) f}{\sum f} = \frac{-18}{100} = -0{,}18;$$

$$m_2' = \frac{\sum (x - x_0)^2 f}{\sum f} = \frac{260}{100} = 2{,}60;$$

$$m_3' = \frac{\sum (x - x_0)^3 f}{\sum f} = \frac{-120}{100} = -1{,}20;$$

$$m_4' = \frac{\sum (x - x_0)^4 f}{\sum f} = \frac{1520}{100} = 15{,}20.$$

Визначимо значення умовних моментів, виражених у вихідній системі одиниць вимірювання, вносячи при цьому поправку на величину інтервалу у відповідній степені, виходячи зі співвідношення $m_k = m_k' \cdot h^k$, де k — порядок моменту (показник степені); h — величина інтервалу;

$$m_1 = m_1' \cdot h = -0,18 \cdot 2 = -0,36;$$

$$m_2 = m_2' \cdot h^2 = 2,60 \cdot 2^2 = 10,40;$$

$$m_3 = m_3' \cdot h^3 = -1,20 \cdot 2^3 = -9,60;$$

$$m_4 = m_4' \cdot h^4 = 15,20 \cdot 2^4 = 243,20.$$

Розрахуємо центральні моменти через умовні, використовуючи формули, взаємозв'язку між моментами:

$\mu^2 = m^2 - m_1^2 = 10,40 - (-0,36)^2 = 10,27$, тобто центральний момент другого порядку дорівнює дисперсії ($\sigma^2 = 10,27; \sigma = 3,2$ *грн.*);

$$\mu_3 = m_3 - 3m_2m_1 + 2m_1^3 = -9,60 - 3 \cdot 10,40(-0,36) + 2(-0,36)^3 = 1,538;$$

$$\mu_4 = m_4 - 4m_3m_1 + 6m_2m_1^2 - 3m_1^4 = 243,20 - 4(-9,60)(-0,36) + 6 \cdot 10,40 \times$$
$$\times (-0,36)^2 - 3(-0,36)^4 = 237,413.$$

Визначимо коефіцієнт скошеності (асиметрії):

$$k_{ск} = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{1,538}{3,2^3} = \frac{1,538}{32,768} = 0,047.$$

Звідси випливає, що даний ряд розподілу справ за сумою накладеного штрафу близький до симетричного, але має невелику додатню скошеність.

Розрахуємо коефіцієнт гостровершинності (ексцесу):

$$Ex = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{237,413}{3,2^4} - 3 = \frac{237,413}{104,858} - 3 = -0,736.$$

тобто досліджуваний ряд розподілу характеризується істотною плосковершинністю побудови вершини кривої розподілу.

Визначивши комплекс середніх величин і показників варіації, ми отримали систему статистичних характеристик, які дають можливість всебічно описати досліджуваний ряд розподілу і зробити загальні висновки.

Випишемо основні статистичні характеристики ряду розподілу 100 справ за сумою накладеного штрафу, грн.:

середня арифметична мода	$\bar{x} = 32,64;$
мода	$Mo = 33,07;$
медіана	$Me = 32,72;$

розмах варіації	$R = 14,0;$
середнє лінійне відхилення	$\bar{l} = 2,6;$
дисперсія	$\sigma^2 = 10,27;$
середнє квадратичне відхилення	$\sigma = 3,2;$
коефіцієнт скошеності	$k_{ск} = 0,047;$
коефіцієнт гостровершинності	$Ex = -0,736.$

Аналіз наведених статистичних характеристик дає змогу зробити загальний висновок щодо форми розподілу 100 справ за сумою накладеного штрафу: досліджуваний ряд є майже симетричним, незначно додатньо скошеним і плосковершинним; розподіл за формою близький до нормального. Однак доведення цього положення потребує спеціальної статистичної оцінки близькості досліджуваного ряду розподілу нормальному на основі відповідних критеріїв. Одержані характеристики ряду розподілу є лише попередніми оцінками відповідних характеристик генеральної сукупності і тому потрібна оцінка їх надійності. Ці питання розглядаються в наступних розділах підручника.

Питання для самоконтролю

1. Що таке варіація ознак? Наведіть приклади.
2. Які використовують показники для вимірювання варіації? Назвіть їх і наведіть формули.
3. Які недоліки притаманні розмаху варіації і середньому лінійному відхиленню?
4. Розкажіть про дисперсію і середнє квадратичне відхилення, та їх місце в системі показників варіації.
5. Назвіть основні математичні властивості дисперсії.
6. Наведіть формули спрощених розрахунків дисперсії і поясніть їх суть.
7. Як вимірюють варіацію альтернативної ознаки?
8. Які Ви знаєте види дисперсій? Розкрийте їх суть.
9. Розкажіть про правило додавання (розкладання) варіації. Де воно застосовується?
10. Назвіть моменти статистичних розподілів. Для чого вони використовуються.
11. За наведеними даними розрахуйте такі показники варіації: розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації. Зробіть висновки.

№ груп	Межі інтервалів за сумою позову, грн.	Кількість цивільних справ
I	до 100	4
II	100 - 200	12
III	200 - 300	17
IV	300 - 400	9
V	понад 400	6