Розділ 6

Середні величини

6.1. Поняття про середні величини

Статистична сукупність складається з множини одиниць, об'єктів або явищ однорідних в деякому відношенні і одночасно відмінних за величиною ознак. Величина ознаки кожного об'єкта визначається як загальними для всіх одиниць сукупності, так і індивідуальними її особливостями.

Аналізуючи впорядковані ряди розподілу (ранжировані, інтервальні та ін.), можна помітити, що елементи статистичної сукупності явно концентруються навколо деяких центральних значень. Така концентрація окремих значень ознаки навколо деяких центральних значень, як правило, має місце у всіх статистичних розподілах. Тенденцію окремих значень досліджуваної ознаки групуватися навколо центра розподілу частот називають **центральною тенденцією**. Для характеристики центральної тендеції розподілу застосовуються узагальнюючі показники, які отримали назву середніх величин.

Середньою величиною у статистиці називають узагальнюючий показник, який характеризує типовий розмір ознаки в якісно однорідній сукупності. Обчислюється середня величина у більшості випадків шляхом ділення загального обсягу ознаки на число одиниць, що володіють цією ознакою. Якщо, наприклад, відомий фонд місячної заробітної плати і кількість робітників за місяць, то середню місячну заробітну плату можна визначити шляхом ділення фонду заробітної плати на кількість робітників.

Середні величини обчислюються як з абсолютних, так і з відносних величин, є показниками іменованими і виражаються в тих самих одиницях вимірювання, що і усереднювана ознака. Вони характеризують одним числом значення досліджуваної сукупності. В середніх величинах знаходить відображення об'єктивний і типовий рівень соціально-економічних і соціально-правових явищ і процесів.

У статистичній науці і практиці середні величини мають виключно велике значення. Метод середніх величин є одним з найважливіших статистичних методів, а середня величина - однією з основних категорій статистичної науки. Теорія середніх величин займає одне з центральних місць в теорії статистики.Середні величини є основою для розрахунку показників варіації (розділ 7), помилок вибірки (розділ 8), дисперсійного (розділ 8) і кореляційного аналізу (розділ 9).

У всіх випадках, коли виникає потреба охарактеризувати одним числом сукупність значень ознаки, що змінюються, користуються його середнім значенням.

В статистичній сукупності значення ознаки змінюється від об'єкта до об'єкта, тобто варіює. Усереднюючи ці значення і надаючи урівняне значення ознаки кожному члену сукупності ми абстрагуємось від індивідуальних значень ознаки, тим самим якби замінюємо ряд розподілу значень ознаки одним і тим самим значенням, рівним середній величині. Однак така абстракція правомірна лише в тому випадку, якщо усереднення не змінює основної властивості по відношенню до даної ознаки в цілому. Ця основна властивість статистичної сукупності, пов'язана з окремими значеннями ознаки, і яка при усередненні має бути збережена незміннною, називається **визначальною властивістю середньої** по відношенню до досліджуваної ознаки. Інакше кажучи, середня замінюючи індивідуальні значення ознаки, не повинна змінювати загального обсягу явища, тобто обов'язкова така рівність: обсяг явища дорівнює добутку середньої величини на чисельність сукупності. Наприклад, якщо з трьох значень віку злочинців ($x_i=20$; 24; 22 років) обчислена середня (20+24+22):3= 22 роки, то за визначальною властивістю середньої має бути дотримана така рівність:

$$\mathrm{n}\,\bar{x} = \Sigma x_i, \text{ тобто } 3 \cdot 22 = 20 + 24 + 22;\ \ 66 = 66.$$

Головне значення середніх величин полягає в їх узагальнюючій функції, тобто заміні множини різних індивідуальних значень ознаки середньою величиною, яка характеризує всю сукупність явищ. Властивість середньої характеризувати не окремі одиниці, а виразити рівень ознаки з розрахунку на кожну одиницю сукупності є її відмінною спроможністю. Ця особливість робить середню узагальнюючим показником рівня варіюючої ознаки, тобто показником, який абстрагується від індивідуальних значень розміру ознаки у окремих одиниць сукупності. Але те, що середня є абстрактною, не позбавляє її наукового дослідження. Абстракція є необхідна ступінь всякого наукового дослідження. В середній величині, як у будь-якій абстракції, здійснюється діалектична єдність індивідуального і загального. Взаємозв'язок середніх і окремих значень усереднюваної ознаки служить вираженням діалектичного зв'язку індивідуального і загального.

Застосування середніх має базуватися на розумінні та взаємозв'язку діалектичних категорій загального і індивідуального, масового і одиничного.

Середня величина відображає те загальне, що складається в кожному окремому, одиничному об'єкті. Завдяки цьому середня отримує велике значення для виявлення закономірностей, притаманних масовим суспільним явищам і не помітних в одиничних явищах.

У розвитку явищ необхідність поєднується з випадковістю. Тому середні величини пов'язані із законом великих чисел. Суть цього зв'язку полягає в тому, що при розрахунку середньої величини випадкові коливання, що мають різну спрямованість, в силу дії закону великих чисел, взаємно урівноважуються, погашаються і у величині середньої чітко відображається основна закономірність, необхідність, вплив загальних умов, характерних для даної сукупності. В середній знаходить відображення типовий, реальний рівень досліджуваних явищ. Оцінка цих рівнів і зміна їх в часі і просторі – одне з головних завдань середніх величин. Так, через середні виявляється, наприклад, закономірність підвищення продуктивності праці, заробітної плати тощо. Отже, середні величини являють собою узагальнюючі показники, в яких знаходить своє відображення дія загальних умов, закономірність досліджуваного явища.

За допомогою середніх величин вивчають зміну явищ у часі і просторі, тенденції в їх розвитку, зв'язки і залежності між ознаками, ефективність різних форм організації виробництва, праці і технологій, впровадження науково-технічного прогресу, виявлення нового, прогресивного в розвитку тих чи інших соціально-економічних явищ і процесів.

У правовій статистиці середні величини мають велике аналітичне значення. За їх допомогою розраховуються середній вік злочинців, середній строк позбавлення волі засуджених, середній відсоток розкриття злочинів, середній строк розслідування і розгляду кримінальних і цивільних справ у судах, середній розмір завданих злочинами збитків, штрафів, позовів, середня завантаженість оперативних працівників, слідчих, прокурорів, суддів та інших працівників правоохоронних органів, середні абсолютні прирости і темпи зростання злочинності і судимості в динаміці, середня чисельність осіб, що припадають на одну кримінальну справу, середня чисельність організованих груп і злочинних організацій, середній відсоток задоволених позовів тощо.

Середня величина дає узагальнену характеристику досліджуваного явища тільки за однією ознакою, яка відображає одну з найважливіших його сторін. У зв'язку з цим для всебічного аналізу досліджуваного явища необхідно будувати систему середніх величин за рядом взаємопов'язаних і доповнюючих один одного суттєвих ознак.

Для того, щоб середня відображала дійсно типове і закономірне в досліджуваних суспільних явищах при її розрахунку необхідно дотримуватись таких умов.

1. Ознака, за якою обчислюється середня має бути істотною. В противному разі буде отримана несуттєва або спотворена середня.

2. Середню потрібно обчислювати тільки за якісно однорідною сукупністю. Тому безпосередньому обчисленню середніх має передувати статистичне групування, яке дає змогу розчленувати досліджувану сукупність на якісно однорідні групи.

Середні величини, обчислені для явищ різного типу і сукупностей, спотворюють реальну дійсність. У цьому зв'язку Гліб Успенський відмічав, що легко зрозуміти того сільського обивателя, який кепкував над статистикою, говорячи, що якщо одна шкала має 30 учнів, друга – 20, а третя – всього двох учнів, то виводити кількість учнів у середньому на одну школу – це все одно, що рахувати міліонщика Колотушкіна і просвирню Кукушкіну, у якої в кармані тільки гріш, володіючими у середньому по півмільйону.[1]

У таких випадках середні величини мають обчислюватися по якісно однорідних групах. Стосовно наведеного прикладу середній доход для бідних і багатих потрібно обчислювати окремо. У зв'язку з цим науковою основою методу середніх величин є метод статистичних групувань.

3. Розрахунок середньої величини має базуватися на охопленні всіх одиниць даного типу або досить великої сукупності об'єктів, щоб випадкові коливання взаємно зрівноважували один одного і проявлялася закономірність, типові і характерні розміри досліджуваної ознаки.

4. Загальною вимогою при розрахунку будь-якого виду середніх величин є обов'язковим збереження незмінним загального обсягу ознаки в сукупності при заміні індивідуальних її значень середнім значенням (так звана визначальна властивість середньої).

[1] Г.У. Успенський. Повне зібр. творів, т. Х, кн. 2. – М.: Видавництво АН СРСР, 1954, С. 156.

6.2. Види середніх величин і способи їх обчислення

Залежно від характеру усереднюваної ознаки і наявної вихідної інформації в статистиці застосовуються різні види середніх величин, серед яких найбільше використовуються такі: середня арифметична, середня гармонічна, середня геометрична і середня квадратична.

Поряд з переліченими видами середніх величин в статистичній практиці знаходять застосування також середня хронологічна, середня ковзна, середня прогресивна, середня багатовимірна і так звані структурні середні: мода, медіана та ін.

Кожну середню можна визначити як **просту**, коли значення варіант спостерігаються тільки один раз або однакову кількість разів, і як **зважену**, коли значення варіант повторюється різну кількість разів.

Уведемо такі позначення і поняття середніх:

$\bar{x}$ - середнє значення досліджуваної ознаки;
x - окремі значення усереднюваної ознаки (варіанти);
n - число одиниць досліджуваної сукупності;
f - частота повторень (вага) варіант;
$W = xf$ - обсяг явищ.

Ознаку, за якою знаходять середню, називають **усередненою ознакою**. Величину ознаки кожної одиниці сукупності називають **варіантою** або **значенням досліджуваної ознаки**. Частоту повторень варіантів у сукупності називають **статистичною вагою**.

Середні величини, що застосовуються в статистиці, належать до загального типу степеневих середніх. Відрізняються вони тільки показником степені. Математична статистика виводить різні середні з формули степеневої середньої, яка являє собою корінь k-ої степені з частки від ділення суми індивідуальних значень ознаки k-ої степені на число індивідуальних значень:

проста зважена

$$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^k}{n}} \qquad \bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^k \cdot f_i}{\sum f_i}},$$

де k - показник степені, який визначає тип середньої. Підставляючи у наведену формулу замість k відповідні значення показника степені, одержимо такі середні:

	проста	зважена
при $k = 1$ – арифметичну	$\bar{x} = \frac{\sum x^*}{n}$;	$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$;
при k = -1 – гармонічну	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$;	$\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$;
при k = 0 – геометричну	$\bar{x} = \sqrt[k]{x_1 \cdot x_2 \cdot ... \cdot x_n}$;	$\bar{x} = \sqrt[\sum f]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot ... \cdot x_n^{f_n}}$;
при k = 2 - квадратичну	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$;	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}$.

Вибір того чи іншого виду середньої визначається цілями і **завданнями дослідження і наявною** інформацією.

Загальною умовою правильного обчислення усіх видів середніх є збереження незмінним загального обсягу варіюючої ознаки при заміні індивідуальних значень ознаками їхньою середньою. Так, середня арифметична застосовується тоді, коли обсяг варіюючої ознаки утворюється як сума окремих варіант; середня гармонічна – коли обсяг варіюючої ознаки утворюється як сума обернених значень окремих варіант; середня геометрична – коли обсяг варіюючої ознаки утворюється як добуток окремих варіант; середня квадратична – коли обсяг варіюючої ознаки утворюється як сума квадратів окремих варіант.

Розглянемо перелічені вище види середніх більш докладно.

Середня арифметична. Середня арифметична – найпоширеніший вид середньої. Середня арифметична проста являє собою частку від ділення суми індивідуальних значень ознаки на їх загальне число. Її обчислюють за формулою:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n}.$$

*В подальшому для зручності і спрощення запису суми $\sum_{i=1}^{n}$ замінимо знаком $\sum$.

Середня арифметична проста застосовується в тих випадках, коли відомі дані про окремі значення ознаки та їх число в сукупності. В статистичній практиці вона застосовується, як правило, для розрахунку середніх рівнів ознак, представлених у вигляді абсолютних показників. Наприклад, якщо є дані про річне навантаження кримінальних справ на трьох суддів: 47, 65 і 38 і необхідно визначити середнє навантаження на суддю, то розрахунок середньої величини необхідно здійснювати за формулою середньої арифметичної простої оскільки значення усереднюваної ознаки зустрічаються однакове число раз (по одному разу):

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{47 + 65 + 38}{3} = \frac{150}{3} = 50 \text{ справ.}$$

Отже, середнє навантаження кримінальних справ на одного суддю становить 50 справ.

Середня арифметична зважена обчислюється із значень варіюючої ознаки з урахуванням ваг. Її застосовують у тих випадках, коли значення ознаки представлені у вигляді варіаційного ряду розподілу, в якому чисельність одиниць по варіантах не однакова, а також при розрахунку середньої із середніх при різному обсязі сукупності. Зважування в даному випадку здійснюється за частотами, які показують скільки разів повторюється та або інша варіанта.

Формула середньої арифметичної зваженої має вигляд:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n} = \frac{\sum xf}{\sum f}.$$

Отже, при обчисленні середньої арифметичної зваженої необхідно всі значення варіант помножити на їхню частоту, одержані добутки підсумувати і цю суму розділити на суму частот, тобто загальний обсяг сукупності.

За аналогічною формулою визначається загальна середня ($\bar{x}_{заг}$) з групових середніх ($\bar{x}_{гр}$), якщо чисельність одиниць по групах ($f_{гр}$) неоднакова:

$$\bar{x}_{заг} = \frac{\sum \bar{x}_{гр} f_{гр}}{\sum f_{гр}}.$$

Розглядаючи формулу середньої арифметичної зваженої, можна помітити, що вона не має принципової відміни від простої середньої арифметичної. Тут підсумування f раз одного і того самого варіанта (x) замінюють множенням його на число повторень (частоту - f).

Порядок розрахунку середньої арифметичної у варіаційному ряду розподілу покажемо на прикладі обчислення середньої кількості обвинувачених осіб по одній кримінальній справі (табл. 6.1).

Таблиця 6.1

Дані для розрахунку середньої арифметичної зваженої

Номер п/п	Вихідні дані		Розрахункові дані				
	кількість обвинувачених по одній справі, осіб	кількість справ	добуток	показники структури		добуток	
				питома вага, %	частість		
	x	f	xf	d	w	xd	xw
1	1	60	60	60	0,60	60	0,60
2	2	27	54	27	0,27	54	0,54
3	3	9	27	9	0,09	27	0,27
4	4	3	12	3	0,03	12	0,12
5	5	1	5	1	0,01	5	0,05
Разом	**х**	**100**	**158**	**100**	**1,00**	**158**	**1,58**

Оскільки значення усереднюваної ознаки (кількість обвинувачених осіб) повторюється неоднакове число раз, то середню кількість обвинувачених осіб визначимо за формулою середньої арифметичної зваженої:

$$x = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{158}{100} = 1{,}58 \approx 1{,}6 \text{ особи.}$$

При розрахунку середньої арифметичної зваженої частотами (вагами) можуть бути використані відносні показники структури, виражені в процентах або коефіцієнтах (частках). Методика розрахунку середньої і кінцевий результат при цьому не зміняться.

Якщо частоти виражені в процентах, то формула середньої арифметичної зваженої може бути записана в такому виді:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_1 d_1}{\sum d_1},$$

де $d_i = \frac{f_i}{\sum f_i} \cdot 100$ - питома вага кожної частини в загальному обсязі всіх частот (в процентах).

Оскільки для всієї сукупності $\sum d_i = 100\%$, то формулу можна записати так:

$$\bar{x} = \frac{1}{100} \cdot \sum x_i d_i = 0{,}01 \sum x_i d_i.$$

Якщо частоти виражені в коефіцієнтах (частках), $\sum w_i = 1$, тоді формула середньої спрощується:

$$\bar{x} = \sum x_i w_i.$$

Порядок і послідовність розрахунку середньої арифметичної для випадків, коли вагами використовуються відносні показники структури, розглянемо на даних того самого прикладу (табл. 6.1).

Якщо вагами взяті частоти, виражені в процентах, то середня кількість обвинувачених осіб становитиме:

$$\bar{x} = \frac{\sum xd}{\sum d} = \frac{158}{100} = 1{,}58 \approx 1{,}6 \text{ особи,}$$

а якщо частості:

$$\bar{x} = \sum x_i w_i = 0{,}60 + 0{,}54 + 0{,}27 + 0{,}12 + 0{,}05 = 1{,}58 \approx 1{,}6 \text{ особи.}$$

Отже, одержані ті самі результати як при розрахунку середньої арифметичної зваженої звичайним способом.

Для інтервальних варіаційних рядів розподілу, в яких значення ознаки дано в межах “від – до”, середню арифметичну зважену знаходять в такій послідовності. Спочатку необхідно інтервальний ряд розподілу перетворити в дискретний. Для цього по кожному інтервалу знаходять його середину (центр). Серединнє значення інтервалу звичайно визначають як півсуму його нижньої і верхньої меж. Наприклад, для інтервального ряду розподілу справ за сумою накладеного штрафу (грн.): 26 – 28, 28 – 30, 30 – 32 і т.д. серединами інтервалів будуть (грн.): 27=(26+28):2; 29=(28+30):2; 31=(30+32):2 і т.д.

Якщо є інтервали з нечітко вираженими межами, з так званими “відкритими межами” (перший інтервал “до” і останній – “понад”), то для визначення серединного значення потрібно встановити умовні межі цих інтервалів. Звичайно в цих випадках вирішують так: для першого інтервалу беруть величину другого інтервалу, а для останнього – величину передостаннього інтервалу.

Покажемо перехід від інтервалів з відкритими межами до інтервалів із закритими межами на такому прикладі розподілу району в області за коефіцієнтом злочинності (на 1000 чоловік населення),злочинів:

відкриті інтервали	закриті інтервали
до 5,0	3,0 – 5,0
5,0 – 7,0	5,0 – 7,0
7,0 – 9,0	7,0 – 9,0
9,0 – 11,0	9,0 – 11,0
понад 11,0	11,0 – 13,0.

Після того як знайдені середини інтервалів, середню арифметичну зважену обчислюють так як і в дискретному ряду розподілу: значення варіант множать на частоти і одержану суму добутків ділять на суму частот.

Порядок розрахунку середньої арифметичної в інтервальному ряду розподілу розглянемо на прикладі розподілу 100 справ про адміністративні правопорушення за сумою накладено штрафу (табл. 5.11). Всі розрахунки зведемо в табл. 6.2.

Таблиця 6.2

Дані для розрахунку середньої арифметичної в інтервальному ряду розподілу

Номер групи	Межі інтервалів за сумою штрафу, грн	Кількість справ	Середина інтервалу, ц	Добуток
		f	*x*	*xf*
I	26-38	8	27	216
II	28-30	16	29	464
III	30-32	17	31	527
IV	32-34	25	33	825
V	34-36	18	35	630
VI	36-38	11	37	407
VII	38-40	5	39	195
Разом	**х**	**100**	**х**	**3264**

Середню суму штрафу знайдемо за середньою арифметичною зваженою:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{3624}{100} = 32{,}64 \text{ грн.}$$

Середня гармонічна. Середня гармонічна є оберненою до середньої арифметичної, обчислену з обернених значень усереднюваної ознаки. Залежно від характеру наявного матеріалу її застосовують тоді, коли ваги доводиться не множити, а ділити на варіанти, або, що теж саме, множити на обернене їх значення. Таким чином, середня гармонічна розраховується, коли відомі дані про обсяг ознаки (W=xf) і індивідуальні значення ознаки (x) і невідомі ваги (f). Так як обсяги ознак являють собою добуток значень ознаки (x) на частоту (f), то частоту (f) визначають як $f = W : x$.

Формули середньої гармонічної простої і зваженої мають вигляд:

проста

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

зважена

$$\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}};$$

Як видно, середня гармонічна є перетвореною формою середньої арифметичної. Замість гармонічної завжди можна розрахувати середню арифметичну, попередньо визначивши ваги окремих значень ознаки. При обчисленні середньої гармонічної вагами є обсяги ознак.

Середня гармонічна проста застосовується у випадках, коли обсяги явищ по кожній ознаці рівні.

Наприклад, три засуджених виправно-трудової установи працюють на виготовленні деталей для меблів. Перший засуджений на виготовлення однієї деталі протягом 7 годинної зміни затрачав 35 хв., другій – 31 хв., третій – 33 хв. Потрібно визначити середні затрати праці на виготовлення однієї деталі.

Розрахунок середніх затрат часу на виготовлення однієї деталі за формулою середньої арифметичної простої був би правильним:

$$(\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{35+31+33}{3} = \frac{99}{3} = 33 \ \text{хв})$$

тоді, коли б усі засуджені протягом зміни виготовляли по одній деталі або однакову кількість деталей. Проте протягом зміни окремими засудженими виготовлена різна кількість деталей.

Неправомірність застосування формули середньої арифметичної пояснюється ще й тим, що показник затрат праці на одиницю робіт (виготовлення однієї деталі) є оберненим до показника продуктивності праці (виготовлення деталей за одиницю часу).

Середній час, потрібний для виготовлення однієї деталі по всіх засуджених визначимо як відношення затрат часу усіма засудженими до загальної кількості виготовлених деталей. У нашому прикладі немає відомостей про кількість фактично виготовлених деталей кожним засудженим. Однак ці величини можна обчислити за таким співвідношенням:

$$\text{Кількість виготовлених деталей одним засудженим} = \frac{\text{весь зарачений час}}{\text{затрати часу на виготовлення однієї деталі}},$$

де весь затрачений час для кожного засудженого становитеме 420 хв (7год · 60 хв).

Тоді середні затрати часу на виготовлення однієї деталі можна визначити за формулою:

$$\bar{x} = \frac{7\cdot 60 + 7\cdot 60 + 7\cdot 60}{\frac{7\cdot 60}{35} + \frac{7\cdot 60}{31} + \frac{7\cdot 60}{33}} = \frac{1260 \ \text{хв}}{38{,}28 \ \text{деталей}} = 32{,}9 \ \text{хв / деталь},$$

$$\text{або} \ \bar{x} = \frac{3\cdot 7\cdot 60}{7\cdot 60(\frac{1}{35} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33})} = \frac{3}{0{,}911} = 32{,}9 \ \text{хв/деталь}.$$

Розрахунки можна значно спростити, якщо використати формулу середньої гармонічної простої:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{3}{\frac{1}{35} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33}} = \frac{3}{0{,}911} = 32{,}9 \ \text{хв / деталь}.$$

Отже, по цій сукупності засуджених на виготовлення однієї деталі у середньому затрачається 32,9 хв.

Порядок розрахунку середньої гармонічної зваженої розглянемо на такому прикладі обчислення середнього виробітку деталей за зміну трьома бригадами засуджених, що утримуються у виправно-трудовій установі (табл.6.3).

Таблиця 6.3

Дані для розрахунку середньої гармонічної зваженої

Номер бригади	Вихідні дані		Розрахункові дані
	виготовлено деталей одним засудженим, шт	усього виготовлено деталей, шт	кількість засуджених, осіб
	x	w	$\frac{w}{x}$
1	35	420	12
2	50	750	15
3	42	546	13
Разом	**х**	**1716**	**40**

Оскільки середній виробіток деталей на одного засудженого (показник продуктивності праці) являє собою відношення загальної кількості виготовлених деталей до кількості засуджених, то спочатку визначаємо кількість засуджених, що виготовляли деталі, а потім середню виробітку:

$$\bar{x} = \frac{\sum W}{\sum \frac{W}{x}} = \frac{1716}{40} = 42{,}9 \ \text{деталі}.$$

Середня геометрична. Середню геометричну застосовують, коли загальний обсяг явища є не сума, а добуток значень ознаки. Ця середня використовується здебільшого для розрахунку середніх коефіцієнтів (темпів) зростання і приросту при вивченні динаміки явищ (див. розділ 10) і має такий вигляд:

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\Pi(x)}, \quad \text{або} \quad \bar{x} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}},$$

де n - число коефіцієнтів зростання; y_1 і y_n - початковий і кінцевий рівні динамічного ряду.

Величина середньої геометричної залежить тільки від співвідношення кінцевого і початкового рівнів. Якби не змінювались в цих межах інші рівні, величина середньої не зміниться.

Розглянемо такий приклад. За даними про кількість осіб в області, засуджених до штрафу, за 5 років знайти середній коефіцієнт зростання засуджених за 2000- 2004 рр. Всі розрахунки зведемо в табл. 6.4.

Таблиця 6.4

Дані для розрахунку середньої геометричної

Рік	Кількість засуджених до штрафу, осіб	Коефіцієнт зростання	Логарифм коефіцієнта зростання
	y_i	x_i	lgx_i
2000	250	-	-
2001	275	1,1000	0,0414
2002	290	1,0545	0,0230
2003	310	1,0690	0,0290
2004	320	1,0323	0,0138
Сума	**-**	**-**	**0,1072**

Середнє значення логарифма коефіцієнта зростання становитиме: 0,1072 : 4 = 0,0268. За таблицями антилогарифмів знайдемо середній коефіцієнт зростання кількості засуджених до штрафу осіб: antilg x = 1,0636, або 106,36%.

Такий саме результат одержимо і за другою формулою:

$$\bar{x} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[5-1]{\frac{320}{250}} = \sqrt[4]{1,2800};$$

$$\lg \bar{x} = \frac{\lg 320 - \lg 250}{5-1} = \frac{2,5051 - 2,3979}{4} = \frac{0,1072}{4} = 0,0268,$$

antilg = 1,0636, або 106,36%.

Отже, середній коефіцієнт зростання кількості засуджених до штрафу осіб за 2002 - 2004 рр. становив 1,0636. Інакше кажучи, кількість засуджених до штрафу осіб в області щорічно збільшувалась в середньому на 6,36%.

Середня квадратична. Середня квадратична використовується переважно для розрахунку показників варіації (коливання) ознаки - дисперсії і середнього квадратичного відхилення, які обчислюються на основі квадратів відхилень індивідуальних значень ознаки від їхньої середньої арифметичної (див. розд. 7).

Формули її такі:

проста зважена

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}; \qquad \bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}.$$

Досліджуючи статистичну сукупність, можна виявити, що поряд з ознаками, які притаманні усім одиницям досліджуваного явища, є й такі ознаки, якими одні одиниці володіють, а інші ні. Такими ознаками, наприклад, будуть наявність в партії продукції бракованої продукції, злочин розкритий або не розкритий та ін. Такі виключаючі один одного ознаки називають **альтернативними**. При альтернативній варіації, коли є лише два виключаючих один одного випадки, наявність ознаки у одиниці сукупності прийнято позначати 1, а її відсутність – 0. Частку одиниць, що володіють досліджуваною ознакою, позначають p, а долю одиниць, не володіючих цією ознакою, - q. Очевидно, що p + q = 1, а q = 1 - p.

Середнє значення альтернативної ознаки, обчислене за формулою середньої арифметичної, буде дорівнювати:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot p + 0 \cdot q}{p+q} = \frac{p}{p+q} = \frac{p}{1} = p.$$

Отже, середнє значення альтернативної ознаки дорівнює частці одиниць сукупності, що володіють даною ознакою.

Якщо обчислити різні типи середніх величин, одержаних з степеневої середньої, для одного і того самого варіаційного ряду, то їх чисельні значення будуть відрізнятися один від одного, а самі середні розташуються таким чином:

$$\bar{x}_{гарм} < \bar{x}_{геом} < \bar{x}_{ар} < \bar{x}_{квадр},$$

тобто найбільшою буде середня квадратична, а найменшою – середня гармонічна. Порядок зростання середніх визначається значенням степені k в степеневій середній.

Ця властивість степеневих середніх одержала назву властивості **мажорантності середніх**.

Приклад. Нехай маємо такі значення строку позбавлення волі засуджених : 2; 3; 6. Обчислимо вказані середні величини:

$$\bar{x}_{гарм} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{3}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = \frac{3}{1} = 3{,}00;$$

$$\bar{x}_{геом} = \sqrt[n]{\chi_1 \cdot \chi_2 \cdot \ldots \cdot \chi_n} = \sqrt[3]{2 \cdot 3 \cdot 6} = \sqrt[3]{36} = 3{,}30;$$

$$\bar{x}_{ар} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2+3+6}{3} = \frac{11}{3} = 3{,}67;$$

$$\bar{x}_{квадр} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} = \sqrt{\frac{2^2+3^2+6^2}{3}} = \sqrt{16{,}33} = 4{,}04.$$

Одержані середні розташуються у такому порядку: 3,00 <3,30< 3,67< 4,04, що відповідає вимозі властивості мажорантності середніх:

$$\bar{x}_{гарм} < \bar{x}_{геом} < \bar{x}_{ар} < \bar{x}_{квадр}, .$$

Інші види середніх величин. Крім розглянутих вище видів середніх величин, статистикою розроблено і інші види.

Середня хронологічна являє собою середню величину з показників, що змінюються у часі. Вона розраховується із рівнів моментного або

інтервального рядів динаміки за принципом середньої арифметичної простої і зваженої.

Для інтервального ряду динаміки середня хронологічна проста обчислюється за формулою:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n},$$

де y - рівень ряду динаміки, n - число рівнів у ряду динаміки.

Для моментного ряду динаміки (при рівній відстані періодів, наприклад, місяць, квартал і т.д.) середня хронологічна проста обчислюється за формулою:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \ldots + \frac{1}{2}y_n}{n-1}.$$

Середня хронологічна зважена має вигляд $\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t}$, якщо відомий час, протягом якого зберігалось кожне значення y. Тут t - період часу, який відокремлює один рівень від іншого.

Для виявлення тенденції зміни досліджуваного явища у часі розраховують середню **ковзну**. Суть способу її розрахунку полягає в тому, що склад періоду безперервно і постійно змінюється – відбувається зсув на одну дату при збереженні постійного інтервалу (трирiччя, п'ятиріччя і т.д.).

Приклади і методика розрахунку середньої хронологічної і середньої ковзної наведені при розгляді рядів динаміки (див. розділ 10).

6.3. Властивості середньої арифметичної. Розрахунок середньої арифметичної способом моментів

Середня арифметична має ряд математичних властивостей, які можна використати, щоб спростити її розрахунки. Основні властивості середньої арифметичної такі.

1. Середня арифметична постійної величини дорівнює цій постійній:

$$\bar{A} = A \text{ при } A = \text{const}.$$

2. Сума квадратів відхилень від середньої арифметичної завжди менша, ніж сума квадратів відхилень від будь-якої іншої величини:

$$\sum (x-\bar{x})^2 f < (x-A)^2 f.$$

3. Величина середньої не зміниться, якщо частоти ряду розподілу замінити частостями.

4. Сума відхилень окремих значень ознаки від середньої, перемножених на ваги (частоти), дорівнює нулю:

$\sum (x-\bar{x}) = \sum x - n\bar{x} = 0$ - для простої середньої;

$\sum (x-\bar{x}) f = \sum xf - \bar{x}\sum f = 0$ - для зваженої середньої.

5. Якщо усі значення ознак збільшити або зменшити у ту саму кількість разів (h), то середня ($\bar{x}$) збільшиться або зменшиться у стільки ж разів:

$$\frac{\sum \frac{x}{h} f}{\sum f} = \frac{1}{h} \cdot \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{\bar{x}}{h},$$

тобто середня зменшилася в (h) разів.

6. Якщо з усіх значень варіант (x) відняти або додати до них ту саму постійну величину (x_0), то середня ($\bar{x}$) зменшиться або збільшиться на таку саму величину (x_0):

$$\frac{\sum (x-x_0) f}{\sum f} = \frac{\sum xf}{\sum f} - \frac{\sum x_0 f}{\sum f} = \bar{x} - \frac{x_0 \sum f}{\sum f} = \bar{x} - x_0,$$

тобто середня зменшилася на постійне число .

7. Якщо частоти (ваги) поділити або помножити на будь-яке постійне число (k), то середня не зміниться:

$$\bar{x} = \frac{\sum xkf}{\sum kf} = \frac{k\sum xf}{k\sum f} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \bar{x},$$

тобто значення середньої не змінилося.

8. Добуток середньої на суму частот дорівнює сумі добутків варіант на частоти:

$$\bar{x}\sum f = \sum xf.$$

Ця рівність випливає з визначальної властивості середньої арифметичної, згідно з якою, зрівнюючи варіанти, надаючи їм однакові значення шляхом заміни їх середнім значенням, незмінним залишається загальний обсяг ознаки.

9. Загальна середня дорівнює середній із часткових середніх, зважених за чисельністю відповідних частин (груп) сукупності:

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 f_1 + \bar{x}_2 f_2 + \ldots + \bar{x}_n f_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n} = \frac{\sum \bar{x}_i f_i}{\sum f_i}.$$

Викладені вище властивості середньої арифметичної дають змогу спростити її розрахунки: можна з усіх значень ознаки відняти довільну постійну величину, одержану різницю поділити на величину інтервалу, а потім обчислену середню помножити на величину інтервалу і додати довільну постійну величину, що прийнята за початок відліку.

Формула обчислення середньої арифметичної спрощеним способом має такий вигляд:

$$\bar{x} = \bar{x}' h + x_0 = \frac{\sum \left(\frac{x-x_0}{h}\right) f}{\sum f} h + x_0,$$

де $\bar{x}' = \frac{\sum x' f}{\sum f}$ - зменшена середня арифметична;

$x' = \frac{x-x_0}{h}$ - відхилення в інтервалах;

x_0 - початок відліку;

h - величина інтервалу.

Середня $\bar{x}'$ із значення $\frac{x-x_0}{h}$ називається моментом першого порядку, а спосіб обчислення середньої - **способом моментів** або **способом відліку від умовного початку**.

За умовний початок відліку (x_0) звичайно приймають одне із значень варіючої ознаки, яке, як правило, знаходиться в центрі ряду розподілу або таке, що має найбільшу частоту.

Розглянемо приклад визначення середньої арифметичної в інтервальному ряду розподілу способом моментів, використовуючи дані про розподіл 100 справ про адміністративні правопорушення за сумою накладеного штрафу (табл. 6.5).

За умовний початок відліку (x_0) візьмемо одне із значень інтервалу, розташованого в центрі ряду розподілу і яке має найбільшу частоту. В нашій задачі таким значення буде $x_0 = 33$ грн. Величина інтервалу $h = 2$ грн.

Таблиця 6.5

Дані для розрахунку середньої арифметичної в інтервальному ряду розподілу способом моментів

Номер групи	Межі інтервалів за сумою штрафу, грн.	Кількість справ	Середина інтервалу	Відхилення від умовного початку		Добуток
				в грн.	в інтервалах	
		f	x	x-x_0	$x' = \frac{x - x_0}{h}$	$x'f$
I	26-28	8	27	-6	-3	-24
II	28-30	16	29	-4	-2	-32
III	30-32	17	31	-2	-1	-17
IV	32-34	25	33	0	0	0
V	34-36	18	35	2	1	18
VI	36-38	11	37	4	2	22
VII	38-40	5	39	6	3	15
Разом	-	**100**	-	-	-	**-18**

За даними таблиці визначимо умовну (зменшену) середню арифметичну:

$$\overline{x'} = \frac{\sum x'f}{\sum f} = \frac{-18}{100} = -0{,}18 \text{ грн.}$$

Щоб одержати дійсну середню суму накладеного штрафу, необхідно внести відповідні поправки:

$$\overline{x} = \overline{x'}h + x_0 = -0{,}18 \cdot 2 + 33 = -0{,}36 + 33 = 32{,}64 \text{ грн.}$$

Таким чином одержано такий самий результат як і за даними табл.6.2. Результати розрахунків середньої арифметичної двома способами повністю співпали.

6.4. Мода, медіана, квартілі і децилі

Крім перелічених вище середніх у статистичному аналізі як узагальнюючі характеристики сукупності використовують такі значення ознаки, які відрізняються особливим розташуванням у варіаційному ряду розподілу. Це так звані **структурні (позиційні) середні**. Із них найчастіше застосовують моду і медіану.

Величина моди і медіани залежить лише від характеру частот, тобто від структури розподілу. Якщо величина середньої арифметичної залежить від усіх значень ознаки, то величина моди і медіани не залежить від крайніх значень ознаки. Це особливо важливо для рядів розподілу, в яких крайні значення ознаки мають нечітко виражені межі (до і понад).

Модою називають значення ознаки, що має найбільшу частоту в статистичному ряду розподілу. Спосіб обчислення моди залежить від того, в якому вигляді дано значення ознаки: дискретного чи інтервального ряду розподілу. В дискретних варіаційних рядах моду обчислюють без додаткових розрахунків за значенням варіанти з найбільшою частотою. Наприклад, відомий вік засуджених за грабежі:

вік засуджених, років	23	25	29	30	32
кількість засуджених, осіб	7	10	15	6	4

В даному прикладі модальною величиною є 29 років, так як ця величина у досліджуваній сукупності має найбільшу частоту - 15 випадків. Модальною ціною на той або інший продукт на ринку є та ціна, яка спостерігається найчастіше.

В інтервальному варіаційному ряду розподілу модою наближенно вважають центральний вараінт так званого модального інтервалу, тобто того інтервалу, який має найбільшу частоту. В межах інтервалу необхідно знайти те значення ознаки, яке є модою.

В інтервальних варіаційних рядах розподілу моду визначають за формулою:

$$M_o = x_0 + h\frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)},$$

де x_0 - нижня (мінімальна) межа модального інтервалу; h - величина інтервалу; f_1 - частота передмодального інтервалу; f_2 - частота модального інтервалу; f_3 - частота післямодального інтервалу.

Формула грунтується на припущенні, що відстані від нижньої межі модального інтервалу до моди і від моди до верхньої межі модального інтервалу прямо пропорційні різницям між чисельностями (частотами) модального інтервалу і інтервалів, що прилягають до нього.

Розрахунок моди в інтервальному варіаційному ряду розподілу покажемо на прикладі розподілу 100 справ про адміністративні правопорушення за сумою накладеного штрафу (табл.6.6).

Таблиця 6.6

Дані для розрахунку моди і медіани в інтервальному ряду розподілу

Номер групи	Межі інтервалів за сумою штрафу, грн.	Кількість справ	Нагромаджені частоти
I	26-28	8	8
II	28-30	16	24 (8+16)
III	30-32	17	41 (17+24)
IV	32-34	25	66 (25+41)
V	34-36	18	84 (18+66)
VI	36-38	11	95 (11+84)
VII	38-40	5	100 (5+95)
Разом	**-**	**100**	**-**

Інтервал, в якому міститься мода, буде 32 - 34 грн., так як цей інтервал має найбільшу частоту.

Підставивши відповідні числові значення у формулу моди, одержимо:

$$M_o = x_0 + h\frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)} = 32 + 2\frac{25 - 17}{(25 - 17) + (25 - 18)} = 33{,}07 \text{ грн.}$$

Отже, у досліджуваній сукупності модальною сумою штрафу є 33,07 грн.

Медіаною називають таке значення ознаки, яке поділяє ранжирований ряд розподілу на дві рівні частини, тобто значення, яке перебуває в середині ряду розподілу. Якщо в дискретному варіаційному ряду $2m + 1$ випадків, то значення ознаки у випадку $m + 1$ є медіанним. Якщо в ряду парне число $2m$ випадків, медіану визначають як середню арифметичну з двох середенних значень. Наприклад, якщо 15 районів області розташувати у порядку зростання, тобто в ранжирований ряд за коефіцієнтом злочинності, то коефіцієнт злочинності восьмого району буде медіанним. Якщо ж кількість районів буде 16, то медіаною буде середнє значення коефіцієнтів злочинності восьмого і дев’ятого районів.

Медіану з парним і непарним числом варіант у дискретному ряду розподілу обчислюють за формулами:

$$M_e = \frac{x_m + x_{m+1}}{2}; \quad M_e = x_{m+1} \quad .$$

В інтервальному варіаційному ряду розподілу медіану визначають за формулою:

$$M_e = x_0 + h\frac{0{,}5\sum f - S_{me-1}}{f_{me}},$$

де x_0 - нижня (мінімальна) межа медіанного інтервалу; h - величина інтервалу; $0{,}5\sum f$ - половина суми нагромаджених частот інтервального ряду розподілу; S_{me-1} - сума нагромаджених частот інтервалу, що передує медіанному; f_{me} - частота медіанного інтервалу.

Для визначення медіани в інтервальному варіаційному ряду розподілу треба обчислити нагромаджені частоти і відшукати медіанний інтервал. Під **нагромадженими частотами** розуміють наростаючий підсумок частот, починаючи з першого інтервалу. **Медіанним є той інтервал, на який припадає перша нагромаджена частота, що перевищує половину всього обсягу сукупності**.

Обчислимо медіану за даними цього самого інтервального ряду розподілу (табл.6.6). За даними таблиці побудуємо ряд нагромаджених частот і знайдемо медіанний інтервал. Медіанним інтервалом є інтервал 32 – 34 грн, так як на цей інтервал припадає перша нагромаджена частота, що перевищує половину всього обсягу сукупності (66 перевищує $\sum f$: 2 = 100:2= 50).

Медіанне значення накладеного штрафу становитиме:

$$M_e = x_0 + h\frac{0{,}5\sum f - S_{me-1}}{f_{me}} = 32 + 2\frac{100:2-41}{25} = 32{,}72 \text{ грн.}$$

Отже, сума штрафу, рівна 32,72 грн. і є варіанта, що поділяє варіаційний ряд розподілу 100 справ на дві рівні частини (у 50 справах накладений штраф менше 32,72 грн. і у 50 справах - більше 32,72 грн.).

В одномодальних симетричних рядах розподілу середня арифметична, мода і медіана збігаються: $\bar{x} = M_o = M_e$.

Для помірно асиметричних розподілів К.Пірсон встановив таке наближене співвідношення між цими характеристиками:

$$M_e = \frac{1}{3}M_o + \frac{2}{3}\bar{x}_{ap}; \quad M_o = \bar{x}_{ap} - 3(\bar{x}_{ap} - M_e) \text{ або}$$

$$M_o = \bar{x}_{ap} + 3(M_e - \bar{x}_{ap}).$$

Моду і медіану застосовують звичайно в тих випадках, коли визначати середню арифметичну недоцільно. Так, немає сенсу обчислювати середній розмір одягу і взуття, що їх виробляють фабрики. Для цього досить знати модальні розміри одягу і взуття, тобто ті, які користуються найбільшим попитом у населення з тим, щоб фабрики, плануючи своє виробництво, могли якомога краще задовольнити попит покупців саме на ці розміри одягу і взуття.

Медіана широко використовується при проектуванні місць будівництва об'єктів масового обслуговування населення (шкільних та дошкільних закладів, кінотеатрів, підприємств служби побуту і торгівлі тощо). Наприклад, продовольчий магазин у сільському селищі доцільно розташувати в такій точці, щоб він обслуговував половину кількості мешканців селища, а не розташовувався точно в середині його.

Додатково до медіани для характеристики структури варіаційного ряду розподілу обчислюють квартилі, які поділяють ранжирований ряд на 4 рівні частини, і децилі, які поділяють ранжирований ряд на 10 рівних частин. Другий квартиль дорвінює медіані, а перший- і третійобчислюють аналогічно розрахунку медіані, тільки замість медіанного інтервалу беруть для першого квартиля інтервал, в якому знаходиться варіанта, що відокремлює 1/4 кількості частот, а для третього квартиля — інтервал, в якому знаходиться варіанта, що відокремлює 3/4 кількості частот.

В інтервальному ряду розподілу перший і третій квартиль розраховують за такими формулами:

$$\text{перший квартиль } Q_1 = x_0 + h\frac{0{,}25\sum f - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}};$$

$$\text{третій квартиль } Q_3 = x_0 + h\frac{0{,}75\sum f - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}},$$

де x_0 - нижні (мінімальні) межі квартильних інтервалів; h - величина інтервалу; $\sum f$ - сума нагромаджених частот ряду розподілу; $S_{Q_{1-1}}$ і $S_{Q_{3-1}}$ - нагромаджені частоти інтервалу, що передує інтервальному відповідно для першого і третього квартилів; f_{Q_1} і f_{Q_2} - частоти квартильних інтервалів.

Розрахунок першого і третього квартилів розглянемо на прикладі табл. 6.6.

Обчислимо перший квартиль. Для знаходження інтервалу, в якому знаходиться перший квартиль, використаємо нагромаджені частоти. Перший квартиль знаходиться в інтервалі, в який входить перша нагромаджена частота, що перевищує чверть загального обсягу сукупності $(0{,}25 \cdot 100 = 25)$. Отже, перший квартиль Q_1 знаходиться в третьому інтервалі (з сумою штрафу від 30 до 32 грн.), який має суму нагромаджених частот 41.

Значення першого квартиля:

$$Q_1 = x_0 + h\frac{0{,}25\sum f - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}} = 30 + 2\frac{0{,}25 \cdot 100 - 24}{17} = 30{,}12 \text{ грн.}$$

Це означає, що одна чверть справ має суму штрафу 30,12 грн., а три чверті - більше як 30,12 грн.

Щоб визначити третій квартиль, знайдемо інтервал, в якому він знаходиться. На цей інтервал припадає перша нагромаджена частота, що перевищує три чверті загального обсягу сукупності $(0{,}75 \cdot 100 = 75)$. Отже, третій квартиль знаходиться в інтервалі 34 - 36 грн., який має суму нагромаджених частот, рівну 84.

Значення третього квартиля:

$$Q_3 = x_0 + h\frac{0{,}75\sum f - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}} = 34 + 2\frac{0{,}75\cdot 100 - 66}{18} = 35{,}00 \text{ грн.}$$

Отже, три чверті справ мають суму накладеного штрафу до 35,00 грн, а одна чверть - більше як 35,00 грн.

В інтервальному ряду розподілу **децилі** визначають за такою формулою:

$$D = x_0 + h\frac{0{,}1\sum f - S_{D-1}}{f_D},$$

де x_0 - нижня (мінімальна) межа відповідного децильного інтервалу; h - величина інтервалу; S_{D-1} - сума нагромаджених частот інтервалів, що передують децильним; f_D - частоти відповідних децильних інтервалів.

Підставивши дані табл. 6.6 у формулу, визначимо перший дециль:

$$D_1 = x_0 + h\frac{0{,}1\sum f - S_{D_1-1}}{f_{D_1}} = 28 + 2\frac{0{,}1\cdot 100 - 8}{16} = 28{,}25 \text{ грн.}$$

Отже, десята частина всіх справ має суму штрафу 28,25 грн. і менше, а решта (90%) - більше як 28,25 грн.

Аналогічно розраховуються і решта децилів (другий, третій і т.д.).

Питання для самоконтролю

1. Дайте визначення середньої величини, її суті і значення в статистичному аналізі масових даних.
2. Які види середніх Ви знаєте? Напишіть їх формули.
3. Коли застосовуються прості і зважені формули середніх?
4. Які умови застосування середніх?
5. Назвіть основні властивості середньої арифметичної. В чому полягає суть спрощеного розрахунку середньої арифметичної?
6. В яких випадках застосовується середня арифметична і середня гармонічна?
7. Для розрахунку яких статистичних характеристик використовується середня квадратична і середня геометрична?

8. Що таке структурні середні?
9. Дайте визначення моди і медіани. Наведіть їх формули.
10. Як визначають моду і медіану в дискретних та інтервальних рядах розподілу?
11. За наведеними даними визначте середню арифметичну, моду і медіану

№ групи	Межі інтервалів за коефіцієнтом злочинності, злочинів на 1000 чоловік	Кількість міст
I	6,0 – 8,0	8
II	8,0 – 10,0	12
III	10,0 – 12,0	18
IV	12,0 – 14,0	7
V	14,0 – 16,0	5