ГЛАВА СЕДЬМАЯ

ОПТИМИЗАЦИЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ФИРМЫ НА ИЗМЕНЯЮЩЕМСЯ ВО ВРЕМЕНИ РЫНКЕ

Перейдём к исследованию такой ситуации, когда рынок определённого товара очевидным образом изменяется во времени под действием различных причин. Это может быть и общее изменение конъюнктуры, и появление на рынке продавцов-конкурентов, и рост интереса покупателей к замещающим товарам, и смена сезонов и др.

Сбыт товара на нестационарном рынке имеет существенные отличия от сбыта в условиях стационарности. Например, в условиях, когда изменение состояния рынка носит такой характер, что в обозримом будущем рыночная деятельность станет неприбыльной, количество товара, которое можно будет реализовать на таком рынке, всегда будет ограниченным.

Проводимое ниже рассмотрение будет относиться к трем не самым благоприятным вариантам, представляющим наибольший интерес для предпринимателя:

1) монотонно убывающий во времени спрос;
2) спрос, ограниченный во времени и проходящий во времени через один максимум (например, спрос на сезонный товар);
3) падение цены товара при фиксированном уровне спроса;

Конечно, во всех указанных случаях условия сбыта менее благоприятны, чем при стационарной ситуации, но это не означает, что от рынка, изменяющегося во времени подобным образом, следует отказываться. И на таком рынке можно получить прибыль, и нужно стремиться к тому, чтобы взять при данной ситуации максимум возможного. Будем, однако, учитывать, что фактическое время пребывания на изменяющемся во времени рынке в рассматриваемых здесь случаях оказывается ограниченным. И с этого рынка придётся уйти, когда спрос на данный товар станет недопустимо мал. При этом важно заранее рассчитать время, в течение которого фирме есть

смысл находиться на данном рынке. И, конечно, очень важно также заранее рассчитать, с каким количеством товара лучше всего выходить на рынок.

Объёмом рынка (для конкретной фирмы) называется количество товара, которое при фиксированной цене y может быть продано на этом рынке за всё последующее время, начиная с выбранного момента $t = 0$. Формально объём рынка определяется следующим образом:

$$N_M(y) = \int_0^{\infty} R(y,t)\,dt \quad . \tag{7.1}$$

Здесь $R(y,t)$ - темп сбыта, существенно зависящий на нестационарном рынке по меньшей мере от двух аргументов: цены продажи и времени. В общем случае объём рынка представляет собой площадь фигуры, ограниченной на рисунке типа 7.1 координатными осями и линией $R(y,t)$.

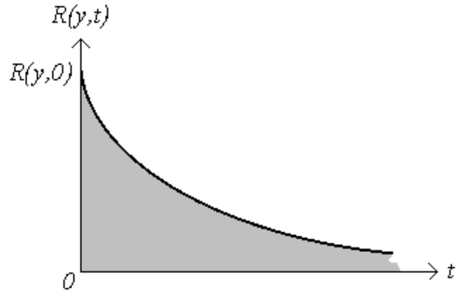


Рис. 7.1.

Величина N_M формально может быть бесконечно большой, но на практике для большинства конкретных товаров всегда будет конечной. Естественно, только в том случае, когда объём рынка конечен, он представляет интерес как расчётная величина.

Следует заметить, что при любой форме конкретной зависимости темпа сбыта R от времени t для описания этой зависимости потребуются, как минимум, два параметра. Один из параметров должен отражать уровень спроса в произвольно выбранный момент времени (например, в момент времени $t = 0$, второй - скорость изменения спроса. Величины обоих параметров надлежит оценить либо путём прямого рыночного эксперимента, либо из каких-то разумных соображений, связанных с предыдущим опытом предпринимателя.

Изменение во времени количества товара и прибыли описывается такими уравнениями (см. также п. 4.1.1):

$$dN/dt = -R(y,t) \; ; \tag{7.2}$$

$$dB/dt = y\,R(y,t) - x\,G(t) - L \, . \tag{7.3}$$

Здесь $G(t)$ - темп закупок (производства) товара; он тоже может зависеть от времени.

Примем в качестве начальных условий, накладываемых на количество товара и прибыль, такие условия

$$N(t{=}0) = N_0 \; ; \quad B(t{=}0) = -xN_0 \, . \tag{7.4}$$

Тогда формальное решение задачи (7.2) - (7.4) при постоянной во времени цене продажи запишется так:

$$N(y,t) = N_0 - \int_0^t R(y,t')\,dt' \; ; \tag{7.5}$$

$$B(y,t) = -xN_0 - x\int_0^t G(t')\,dt' - Lt + y\int_0^t R(y,t')\,dt' \, . \tag{7.6}$$

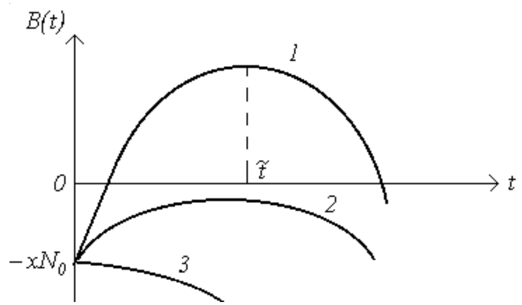


Рис. 7.2.

В этой главе везде, кроме Раздела 7.3, полагаем цену продажи y не зависящей от времени.

При убывающем во времени спросе и $G = 0$ качественная зависимость прибыли от времени может быть представлена одним из трёх графиков, показанных выше на рис. 7.2. Здесь кривая-1 и кривая-2 относятся к случаю $L < yR(y,0)$, а кривая-3 - к случаю $L > yR(y,0)$. Графики-1 или 2 реализуются в зависимости от соотношения между начальным количеством товара, ценой продажи и параметрами кривой спроса (эти соотношения мы покажем ниже для конкретного примера). Все показанные здесь графики относятся к одному и тому же значению N_0. Кривые-1 и 2 достигают максимального значения в момент времени, определяемый как корень уравнения:

$$yR(y,t) = L \, . \tag{7.7}$$

Для практики представляет интерес лишь случай, представленный кривой-1. Отсюда видно, что пребывание на рынке после момента $\tilde{t}$ лишено смысла.

7.1. МАКСИМИЗАЦИЯ ПРИБЫЛИ ПРИ МОНОТОННО УБЫВАЮЩЕМ ВО ВРЕМЕНИ СПРОСЕ

7.1.1. Линейная модель изменения спроса во времени

В качестве модели затухающего во времени интереса к товару примем спрос, линейно убывающий на ограниченном отрезке времени. Тогда темп сбыта как функция цены продажи y и времени t записывается в таком виде (см. рис. 7.3):

$$R(y,t) = R_0(y)\,(1 - t/t_R) \quad \text{при} \quad 0 \le t \le t_R \, . \tag{7.8}$$

Здесь $R_0(y)$ - зависящая от цены продажи амплитуда спроса (темп сбыта в момент времени $t = 0$). При $t > t_R$ полагаем $R(y,t) = 0$. Таким образом, t_R - время существования рынка, отсчитанное от момента времени $t = 0$. Линейная форма (7.8) во многих случаях является достаточно хорошей аппроксимацией процесса убывающего во времени спроса, что подтверждается сравнением результатов расчётов в рамках разных моделей, использующих убывающую функцию $R(t)$.

Как видим, для принятой модели (7.8) количественная зависимость темпа сбыта R от времени при фиксированной цене продажи y характеризуется численными значениями двух величин, двух рыночных параметров: R_0 и t_R. Начальный момент времени $t = 0$ выбирается произвольно, из соображений удобства. Будем считать, что в этот момент фирма начала отслеживать рынок.

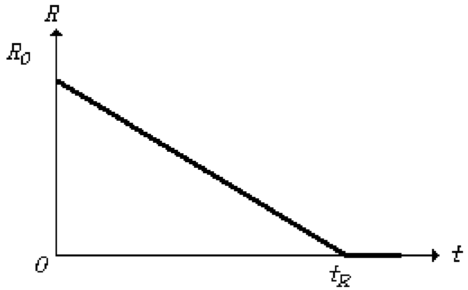


Рис. 7.3.

В соответствии со сказанным выше считаем выполненным условие $L < yR_0$.

Для проведения в дальнейшем численных расчётных оценок в первую очередь необходимо предварительно оценить или прямым экспериментальным путём найти рыночные параметры R_0 и t_R . Эксперимент состоит в измерении темпа сбыта R в разные последовательные моменты времени (всякий раз при одной и той же цене и вообще при *ср*-условии). Пусть результат эксперимента представлен тремя парами чисел:

$$t = 0\,,\ R = R_0\,;$$
$$t = t_1\,,\ R = R_1\,;$$
$$t = t_2\,,\ R = R_2\,.$$

Результаты опыта представляют ценность, конечно, только при выполнении сильного неравенства $t_1\,,\ t_2 << t_R$. Если это условие нарушено, весь опыт теряет смысл, поскольку результатами опыта мы уже не успеем воспользоваться.

Внесём полученные в опыте числа в систему координат $\{R,t\}$ в виде точек так, как показано на рис. 7.4. Если все три точки на этом рисунке лежат достаточно близко к одной прямой

линии, можно считать, что модель (7.8) хорошо отражает процесс, идущий на рынке. Если три точки удовлетворительно уложить на одну прямую не удаётся, можно попробовать обратиться к более сложным моделям, по возможности адекватно отражающим истинную зависимость R от t.

Будем считать, что в рассматриваемом нами случае модель линейного спада спроса является приемлемой. Величину t_R можно рассчитать с помощью приведенных выше данных эксперимента. При этом достаточно использовать любые две экспериментальные точки. Расчёт ведётся, например, по такой формуле:

$$t_R = (\,t_2 R_1\ -\ t_1 R_2) \,/\, (R_1 - R_2)\,. \qquad (7.9)$$

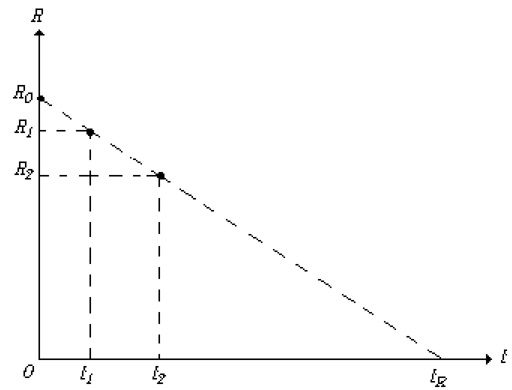


Рис. 7.4.

Для принятой модели при $G = 0$ изменение количества товара и прибыли во времени (в области $0 \le t \le t_R$) в соответствии с уравнениями (7.5) и (7.6) задаётся такими выражениями:

$$N(t) = N_0 - R_0 t\,(\,1 - t \,/\, 2t_R\,)\,; \qquad (7.10)$$

$$B(t) = -\,x\,N_0 + y\,R_0 t\,(\,1 - t \,/\, 2t_R\,) - L\,t\,. \qquad (7.11)$$

Оба выражения представляют собой параболы. Из уравнения (7.7) следует:

$$\tilde{t} = t_R\,(\,1 - L \,/\, yR_0\,)\,. \qquad (7.12)$$

Это время при условии $L < yR_0$ всегда существует, при этом оно всегда меньше времени существования рынка t_R. Заметим также, что оно не зависит от величины начального запаса товара. Область времён $t > t_R$ не представляет интереса.

Объём рынка в данном случае в соответствии с формулами (7.1) и (7.8):

$$N_M = R_0 t_R / 2 \ . \tag{7.13}$$

Заранее очевидно, что количество товара, с которым фирма выходит на рынок, не должно превышать величину N_M, если мы хотим при выбранной цене обеспечить полную распродажу товара за время существования рынка. Если $N_0 > N_M$, часть товара при выбранной фиксированной цене останется нераспроданной. В дальнейшем мы увидим, что оптимальное количество товара, с которым следует выходить на «умирающий» рынок, действительно, всегда оказывается меньшим, чем N_M. Таким образом, условие полной распродажи запишется так:

$$N_0 < N_M \ . \tag{7.14}$$

Запишем максимальную прибыль при заданном начальном значении товара. Из формул (7.11) и (7.12) следует:

$$B(\tilde{t}, N_0) = x(N_{cr} - N_0) \cdot \tag{7.15}$$

Здесь

$$N_{cr} = \frac{1}{2x} y R_0 t_R \left(1 - \frac{L}{yR_0}\right)^2 . \tag{7.16}$$

Отсюда следует, что лишь при условии

$$N_0 < N_{cr} \tag{7.17}$$

реализуется кривая-1 на рис. 7.2 (то есть существует область положительной прибыли). Таким образом, неравенство (7.16) является необходимым и достаточным условием, обеспечивающим принципиальную прибыльность предприятия.

Заметим, что величины N_M и N_{cr} могут находиться в любом соотношении. Из этого вытекает два возможных варианта распределения областей прибыльности и полной распродажи (см. рис. 7.5).

Пример 7.1

Примем для расчёта по формулам (7.13) и (7.14) такой набор величин:

$$R_0 = 100 / дн.,\ y = 10\ \$,\ x = 4\ \$,\ t_R = 200\ дн.,\ L = 400\ \$ / дн.$$

Отсюда следует, что $N_M = 10000$ и $N_{cr} = 9000$, то есть прибыльный сбыт при указанных параметрах возможен только при $N_0 < 9000$.

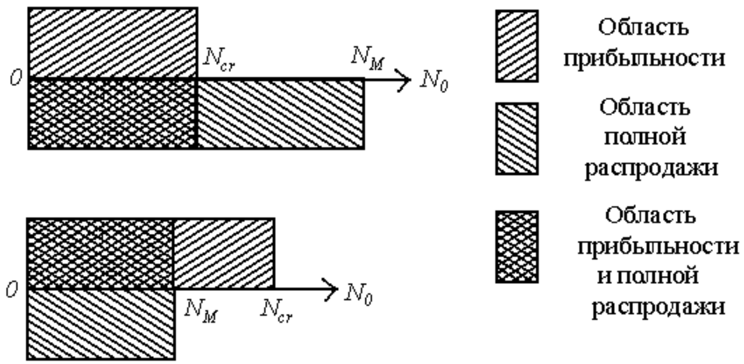


Рис. 7.5.

Отметим, что величина N_M (см. (7.13)) зависит от цены продажи y, поскольку от неё зависит величина R_0.

При $N_0 < N_M$ время полной распродажи товара t_0 определяется соотношением $N(t_0) = 0$ и в итоге (см. выражение (7.10)) выражается такой формулой:

$$t_0 = t_R \{ 1 - [1 - (N_0/N_M)]^{1/2} \} . \tag{7.18}$$

Из сравнения формул (7.17) и (7.12) видим, что $t_0 < \tilde{t}$ при

$$N_0 < N_M [1 - (L / y R_0)^2] .$$

Прибыль в момент полной распродажи:

$$B(y, t_0) = (y - x) N_0 - L t_R \{ 1 - [1 - (N_0 / N_M(y))]^{1/2} \} . \tag{7.19}$$

Для упрощения записей, которые будут появляться ниже, удобно ввести следующее обозначение:

$$\gamma(y) = \frac{L}{(y-x)R_0(y)} \ . \qquad (7.20)$$

7.1.2. Оптимальный начальный запас товара при линейном изменении темпа сбыта во времени

Постоянно текущий сбыт на «умирающем» рынке организовать невозможно. Поэтому представляет интерес лишь случай реализации некоторой партии товара, начальный запас которого ограничен и имеет величину N_0 . Вначале рассматриваем тот вариант, когда в ходе сбыта запас товара не пополняется ($G = 0$). Пополнение начального запаса в ходе сбыта рассматривается ниже, в п. 7.1.4. Модель нестационарного рынка принимаем в форме (7.8). Поставим такой вопрос: с каким количеством товара N_0 следует выйти на рынок в момент времени $t = 0$, чтобы полностью распродать товар и получить при этом наибольшую возможную итоговую прибыль?

Исследуя выражение (7.17), мы находим, что заключительная прибыль (то есть прибыль в момент полной распродажи товара) будет положительной только при выполнении необходимого условия (см. также (4.9))

$$L < (y - x)\, R_0 , \qquad (7.21)$$

или, что то же самое,

$$g < 1 \ . \qquad (7.22)$$

Будем считать это условие выполненным. В противном случае нет смысла вообще выходить на рынок. Ниже, на рис. 7.6 показана качественная зависимость заключительной прибыли от начального количества товара при выполнении неравенства (7.14). Здесь

$$N_m = 4N_M\, \gamma\, (1-\gamma) \ . \qquad (7.23)$$

На рис. 7.7 показана зависимость величины N_m от γ.

Наилучший начальный запас товара, максимизирующий выражение (7.18), равен

$$N_0^* = (R_0 t_R/2)\ \{ 1 - [\, L/(y - x)R_0]^2 \} \ = \ N_M\ (1 - \gamma^2)\ . \qquad (7.24)$$

Эта величина при $L \neq 0$ всегда меньше ёмкости рынка (см. выражение (7.9)). Таким образом, оптимальный запас товара гарантированно будет распродан прежде, чем рынок данного товара прекратит своё существование. Как видим, отношение темпа текущих расходов L к начальному темпу дохода $(y - x)R_0$, то есть величина γ, определяет отношение оптимального начального запаса товара к ёмкости рынка.

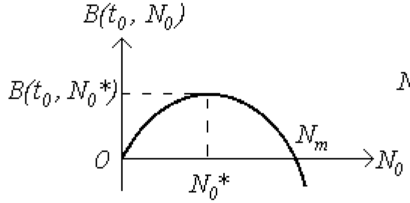


Рис. 7.6.

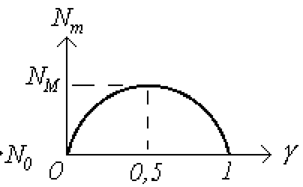


Рис. 7.7.

Пример 7.2

Рассчитаем оптимальный запас товара при численных данных Примера 7.1. Используя формулу (7.23), получаем: $N_0^* = 5556$.

Начальный запас товара, меньший чем N_0^*, приведёт к тому, что не все возможности рынка будут использованы фирмой. Продавец при этом покинет рынок слишком рано. Если же начальный запас превышает величину N_0^* , то фирме, чтобы достичь наилучшего результата, придётся вести реализацию товара по более низкой цене и даже остаться с непроданным товаром, если его было слишком много.

Запас (7.23) является оптимальным в том смысле, что он обеспечивает при фиксированной цене товара наибольшую возможную прибыль в заключительный момент продажи. Эта прибыль равна

$$B_f(N_0^*, y) \equiv B(t_0, N_0^*, y) = (R_0 t_R/2)\,(y - x)\,[1 - L/(\,y - x)R_0]^2 . \qquad (7.25)$$

Время окончания сбыта при наилучшем начальном запасе товара:

$$t_0(N_0^*) = t_R[\ 1 - L/(y - x)R_0] \ = t_R\,(1 - \gamma)\ . \qquad (7.26)$$

Как видим, это время меньше времени существования рынка и времени $\tilde{t}$ также (см. (7.12).

Пример 7.3

Пусть при цене $y = 5\ \$$ в момент времени $t = 0$ темп сбыта товара $R_0 = 300\ /\ дн$. По имеющимся данным темп сбыта ежедневно убывает в среднем на *3* единицы. Следовательно, ожидается, что сбыт полностью прекратится через время $t_R = 300/3 = 100\ дн$. Пусть темп текущих расходов, связанных со сбытом данного товара, $L = 200\ \$\ /\ дн.$, а себестоимость единицы товара $x = 3\ \$$.

При этих числах необходимое условие прибыльности (7.21) выполняется. Подставляя приведенные числа в формулы (7.13) и (7.24) - (7.26), получаем:

объём рынка $N_M = 15000$,
наилучший начальный запас товара $N_0^* = 13333$,
время окончания сбыта $t_0(N_0^*) = 67\ дн.$,
заключительная прибыль $B(t_0, N_0^*, y) = 13330\ \$$.

7.1.3. Оптимальная цена сбыта

До сих пор рассмотрение сбыта на затухающем во времени рынке проводилось нами при некоторой заранее назначенной, фиксированной цене продажи *y*. Есть ли возможность увеличить прибыль, подобрав наилучшую цену сбыта?

Такая возможность, в принципе, есть, но выбор наилучшей цены продажи обычно проводится с помощью специально поставленного маркетингового эксперимента, описанного ранее. Если спрос изменяется медленно (месяцами, годами), можно считать, что за время короткого минимального маркетингового эксперимента рынок не успеет измениться сколько-нибудь заметно. В таком случае можно в полной мере использовать экспериментальную методику, относящуюся к стационарному рынку и изложенную выше.

Исследование выражения (7.24) показывает, что оно является растущей функцией величины $(y - x)R_0(y)$, то есть темпа дохода $r(y)$ или темпа прибыли $Q(y)$ в начальный момент времени (см. формулы (3.65) и (4.175). Следовательно, заключительная прибыль $B(t_0, N_0^*, y)$ достигает максимума при той цене, которая в начальный момент максимизировала темп прибыли. Такую цену мы обозначали символом y_Q^* (см., например, рис. 4.6).

Для различных ценовых моделей оптимальная цена y_Q^* представлена формулами (4.33), (4.65), (4.88), (4.114) и (4.143).

При быстро падающем спросе у фирмы может не оказаться достаточно времени на проведение эксперимента по измерению параметров ценовой модели. В этом случае можно попытаться обойтись простыми полуколичественными оценками. Возьмём, например, в качестве опорной линейную ценовую модель (2.1) и запишем амплитуду темпа сбыта так:

$$R_0(y) = R_L(1 - y\,/\,y_L)\,. \tag{7.27}$$

Будем считать, что мы приблизительно представляем себе цену продажи y_M, выше которой сбыт товара практически невозможен. Назначим эту цену параметром y_L. Попробуем оценить теперь параметр R_L. Будем считать, что в момент времени $t = 0$ нам известен темп сбыта R_1 при некоторой сложившейся цене y_1. Тогда, руководствуясь формулой (7.26) и рис. 7.8, приходим к такой оценочной формуле:

$$R_L = y_L\, R_1\,/\,(y_L - y_1)\,. \tag{7.28}$$

Оптимальной ценой продажи в случае, когда приемлемой является линейная ценовая модель (7.26), служит цена (см. (4.33))

$$y_{opt} = y_Q = (\,y_L + x)\,/\,2\,. \tag{7.29}$$

При этой цене темп сбыта в начальный момент времени

$$R_0(y_Q) = R_L\,(\,y_L - x)\,/\,2\,y_L\,. \tag{7.30}$$

Подставим оптимальную цену (7.28) и темп сбыта $R_0(y_Q)$ вместо величин *y* и R_0 в формулы (7.13) и (7.23) - (7.25). В итоге при оптимальной цене (7.28) получаем
объём рынка:

$$N_M(y_Q) = t_R\, R_L\,(\,y_L - x)\,/\,4\,y_L\,, \tag{7.31}$$

наилучший начальный запас:

$$N_0^*(y_Q) = N_M(y_Q)\,\{\,1 - [4y_L\,L\,/\,R_L\,(\,y_L - x)]^2\,\}\,, \qquad (7.32)$$

время сбыта:

$$t_0(\,N_0^*, y_Q\,) = t_R[\,1\text{-}\,4\,y_L\,L\,/\,R_L\,(\,y_L - x)^2\,]\,, \qquad (7.33)$$

заключительную прибыль:

$$B(t_0,\,N_0^*,\,y_Q) = [t_R\,R_L(y_L\text{-}x)^2/8\,y_L\,][1 - 4\,y_L\,L\,/R_L\,(\,y_L\text{-}x)^2\,]. \quad (7.34)$$

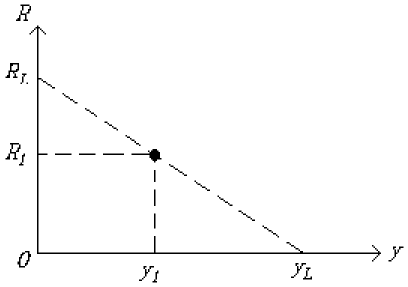


Рис. 7.8.

Пример 7.4

Рассчитаем по формулам (7.28) - (7.33) интересующие нас величины при

$$R_L = 250\,/\,дн.\,,\ \ y_L = 12\,\$\,,\ \ x = 4\,\$\,,\ t_R = 200\,дн.\,,\ \ L = 100\,\$\,/\,дн.$$

В результате находим:

$$y_Q\ = 8\,\$\,,\quad N_M(y_Q\,) = 8333\,,\quad N_0^*(y_Q\,) = 7583\,,$$

$$t_0(N_0^*, y_Q\,) = 140\,дн.,\ R_0(\,y_Q) = 83{,}3\,/\,дн.,\ B(t_0,\,N_0^*, y_Q) = 16333\,\$\,.$$

Вполне возможна и такая ситуация, при которой фирма имеет в начальный момент большее количество товара N_0, чем она в состоянии реализовать за разумную цену при затухающем во времени спросе.

Будем считать, что $N_0 > N_M$. В этом случае следует обратиться к выражению (7.13). Из него видно, что прибыль в момент $\tilde{t}$, когда целесообразно завершить сбыт, является монотонно

растущей функцией величины $yR_0(y)$, то есть темпа выручки $g(y)$ в начальный момент времени (см. формулу (1.15)). Эта комбинация достигает максимума при цене, которую мы обозначаем символом y_g^*. Для разных ценовых моделей эта цена задаётся формулами (4.40), (4.122) и (4.151).

Казалось бы, всегда можно подобрать цену продажи, при которой весь товар удастся продать прежде, чем спрос на него окончательно затухнет. Оказывается, это не так. При избытке товара лучше всего вести сбыт его по оптимальной цене, смирившись с тем, что часть товара останется непроданной, даже если эту часть можно считать потерявшей всякую ценность.

Из формул (7.10) и (7.11) следует:

$$N(\tilde{t}) = N_0 - \frac{R_0\,t_R}{2}[1-(\frac{L}{yR_0})^2] = N_0 - N_M[1-(\frac{L}{yR_0})^2]\,. \quad (7.35)$$

Отсюда видно, что к наилучшему моменту ухода с рынка проданы $N_M\,[1 - (L\,/\,yR_0)^2]$ единиц товара.

Пример 7.5

Воспользуемся моделью (7.26) и рассчитаем заключительную прибыль при таких численных значениях:

$$R_L = 250/дн.\,,\ \ y_L = 12\,\$\,,\ x = 2\,\$\,,\ t_R = 200\,дн.\,,$$

$$L = 100\,\$/дн.,\ N_0 = 20\,000\,.$$

Рассмотрим два варианта сбыта в условиях избытка товара.

1). В первом варианте сбыта будем ориентироваться на оптимальную цену y_g^*. В этом случае согласно формуле (4.40) находим: $y_g^* = y_L/2 = 6\,\$$. При этой цене $R_0\,(y_g^*) = 125\,/\,дн.$

Подсчитаем при этих данных наилучшее время окончания сбыта, прибыль, полученную к этому моменту, и количество непроданного товара. С помощью формул (7.12), (7.13) и (7.35) получаем:

$$y_g^*\,R_0\,(y_g^*) = 750\ \$\,/\,дн.\,,\ N_M\,(y_g^*) =\ 12500\,,$$

$$B(\tilde{t}\,) = 16333\,\$\,, \tilde{t}\, = 173{,}33\,дн.\,,\ \ N(\tilde{t}\,) = 7222.$$

2). Во втором варианте рассчитаем цену продажи y_2, при которой к заключительному моменту существования рынка t_R будет распродан весь начальный запас товара. Это условие будет выглядеть как $N(t_R) = 0$, или $N_0\ = R_0(y)\,t_R\,/\,2$.

Из последнего уравнения с помощью модели (7.27) находим:

$y_2 = y_L(1 - 2N_0/R_L t_R) = 2{,}4\ \$$, $B(t_R) = N_0(y_2 - x) - L t_R = 6000\ \$$.

Как видим, второй вариант намного менее прибыльный, чем первый. К тому же он и времени сбыта требует большего.

7.1.4. Пополнение начального запаса товара в ходе сбыта

Рассмотрим случай, когда предприниматель выходит на рынок в момент времени $t = 0$ с начальным запасом товара N_0, меньшим оптимального запаса N_0^*. В последующее время товар равномерно пополняется в некотором темпе G (размерность темпа выпуска такая же, как и темпа сбыта: $[G] = 1/дн.$). Наилучшим будет такой темп, при котором суммарное количество проданного товара оказывается равным величине N_0^*. Обозначая оптимальный темп пополнения запаса символом G^*, получаем такое соотношение между величинами G^*, N_0 и N_0^*.

$$N_0 + G^* t_0(N_0^*) = N_0^* . \qquad (7.36)$$

Любая пара величин N_0 и G^* из выражения (7.36) обеспечивает максимальную прибыль (7.25) в том случае, если эти пары отвечают точкам, принадлежащим сплошной линии на рис. 7.9.

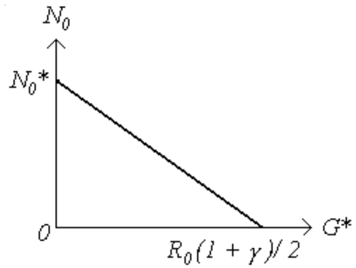


Рис. 7.9.

7.1.5. Нелинейный спад спроса во времени

Выше мы рассматривали монотонный спад спроса на товар, подчиняющийся линейному закону (см. (7.8)). На практике этот спад может происходить и по иному закону. Поэтому рассмотрим здесь экспоненциальный закон затухания спроса, а для удобства

сравнения выберем такой случай, когда объём рынка будет такой же, как и при линейном спаде спроса. Полагаем

$$R(t) = R_0 \exp(-2t/t_R) . \qquad (7.37)$$

Данная формула означает, что на отрезке времени длиной t_R темп сбыта убывает в $e^2 \approx 7{,}3891$ раз (см. ниже рис. 7.10).

Объём рынка в рассматриваемом здесь случае (напоминаем, он равен площади под кривой $R(t)$ на рис. 7.10):

$$N_M = R_0 t_R / 2 . \qquad (7.38)$$

Эта величина, как мы и запланировали заранее, в точности совпадает по форме с объёмом рынка в случае линейного спада сбыта (см. рис. 7.3 и формулу (7.13)).

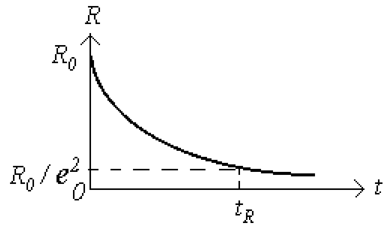


Рис. 7.10.

Несложные расчёты показывают, что в случае экспоненциального спада, задаваемого формулой (7.37), изменение количества товара во времени при $G = 0$ описывается такой формулой:

$$N(t) = N_0 - N_M[1 - \exp(-2t/T_R)] . \qquad (7.39)$$

В дальнейшем ограничимся рассмотрением лишь случая $N_0 < N_M$. Тогда обязательно существует момент полной распродажи t_0 (он определяется условием $N(t_0) = 0$); это время даётся выражением

$$t_0 = (T_R/2) \ln[N_M/(N_M - N_0)] , \qquad (7.40)$$

а заключительная прибыль - выражением

$$B(t_0, N_0) = (y - x)N_0 - (L\,T_R / 2) \ln [\, N_M /(N_M - N_0)] \,. \quad (7.41)$$

Наибольшего значения заключительная прибыль принимает при начальном запасе товара (считаем выполненным обязательное условие $\gamma < 1$; см. (7.20) и (7.22))

$$N_0^* = N_M - L\,T_R / 2(y - x) \,. \quad (7.42)$$

Этому запасу отвечают время реализации

$$t_0\,(N_0^*) = (\,T_R / 2) \ln [\, 2N_M (y - x) / L\, t_R] \quad (7.43)$$

и прибыль

$$B_M = B(t_0, N_0^*) = N_M (y - x) - (L\,T_R / 2)[1 + \ln [\, 2N_M\,(y - x)/L\,T_R]]. \quad (7.44)$$

Рассмотрим вопрос, каким образом можно оценить время T_R. Предположим, что нам известен не только темп сбыта R_0, относящийся к моменту времени $t = 0$, но также темп сбыта R_1, относящийся к предыдущему моменту времени $t = -2\Delta t$ (при этом, естественно, $R_1 > R_0$). Тогда на основании формулы (7.37) получаем следующую оценку:

$$T_R = \frac{2\,\Delta t}{\ln(R_1 / R_0)} \,. \quad (7.45)$$

Пример 7.6

Проведём расчёт наиболее показательных величин, задавшись такими данными:

$R_0 = 2 \times 10^4 / дн.,\; T_R = 10^2\; дн.,\; L = 10^4\; \$ / дн.,\; y - x = 2\$.$

Для этого случая при экспоненциальном спаде спроса расчёт по формулам (7.37) - (7.44) приводит к таким результатам:

$N_M = 10^6\;,\; L\,t_R / 2(y - x) = (1/4) \times 10^6\,,\; N_0^* = 7{,}5 \times 10^5\,,$

$t_0\,(N_0^*) = 69{,}3\; дн.\,,\; B_M = B(t_0, N_0^*) = 8{,}07 \times 10^5\; \$.$

Расчёт с теми же данными, но выполненный для случая линейного затухания спроса при $t_R = 10^2\; дн.$, (используются формулы (7.8) - (7.26)) даёт следующие результаты:

$N_M = 10^6\;,\; L / R_0\,(y - x) = 1/4\;,\; N_0^* = 9{,}375 \times 10^5\,,$

$t_0\,(N_0^*) = 75\; дн.\,,\; B_M = B(t_0, N_0^*) = 1{,}125 \times 10^6\; \$.$

Как видим, расхождение в оптимальном запасе товара достигает 25 % , а в заключительной прибыли - 14 % . Из данного примера видно, что при претензиях на высокую

точность расчётов требуется хорошо определить характер затухания спроса. Но если учесть, что характерные времена затухания сбыта оцениваются нами достаточно приблизительно, то можно сделать вывод, что детальный вид функции затухания (при сохранении общего времени затухания спроса) большого значения не имеет.

7.2. СБЫТ ТОВАРА ПРИ СПРОСЕ, ИЗМЕНЯЮЩЕМСЯ ВО ВРЕМЕНИ НЕМОНОТОННО

Спрос на товар может изменяться во времени немонотонно, при этом на каких-то отрезках времени спрос нарастает, на других убывает. Возможны даже периодические повторения участков подъёма и спада. В данном разделе мы рассмотрим простейший случай, относящийся к сбыту сезонного товара. При этом вначале спрос на данный товар совершенно отсутствует (здесь $R(t)=0$); затем в какой-то момент спрос появляется и начинает нарастать. Однако, рост спроса продолжается ограниченное время. Достигнув некоторого наибольшего уровня, спрос затем убывает и, в конце концов, прекращается (см. рис. 7.11). При этом мы имеем единичный пик спроса во времени. Стиль показанной здесь кривой подсказывает нам простейшую модель функции $R(t)$.

На рис. 7.12 показан модельный вариант немонотонно меняющегося спроса: некоторое время спрос линейно возрастает, затем линейно убывает. Конечно, на практике кривая спроса не является строго симметричной и не терпит таких резких изломов, но в рамках точности наших оценок рыночных параметров замену гладкой кривой на ломаную линию можно считать вполне допустимой.

Для рассматриваемой нами модели кривая изменения спроса во времени записывается так:

$$R(t) = 2R_M\, t / T \qquad \text{при} \qquad 0 \le t \le T/2\,,$$
$$R(t) = 2R_M\,(1 - t / T) \qquad \text{при} \qquad T/2 \le t \le T\,,$$

при $t > T$ темп сбыта $R = 0$.

Величины T и R_M в данном случае являются рыночными параметрами. Если речь идёт о сбыте сезонного товара, примерную величину T можно считать заранее известной.

Нетрудно оценить также и величину R_M . Будем считать, что в момент времени t' темп сбыта равен R', а в момент времени t'', такой, что $t'' - t' << T$, он вырос до величины R''. Тогда величину R_M можно оценить по формуле

$$R_M = (R'' - R')\,T\,/\,2\,(t'' - t')\,.$$

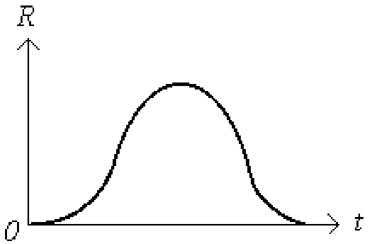


Рис. 7.11.

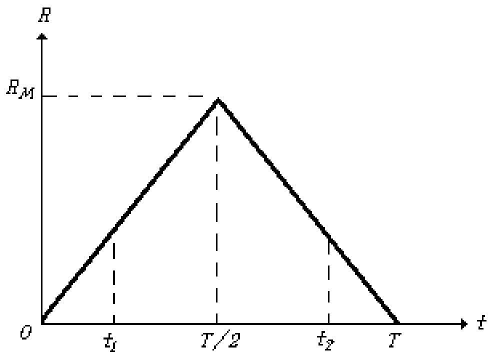


Рис. 7.12.

При спросе, изменяющемся во времени по указанной выше формуле, объём рынка

$$N_M = R_M T\,/\,2\,. \tag{7.46}$$

Из рис. 7.12 видно, что выходить на рынок с товаром лучше не в тот момент времени, когда только-только появился спрос на этот товар, а несколько позже, в некоторый момент времени t_1, когда спрос достиг уровня, позволяющего перекрыть расходы, связанные с пребыванием фирмы на рынке. Партия товара

должна быть не слишком маленькой (чтобы использовать все возможности, предоставляемые рынком), но и не слишком большой (чтобы успеть распродать весь товар прежде, чем спрос на него упадёт до недопустимо низкого уровня).

Рассмотрим случай, когда предприниматель выходит на рынок в некоторый избранный им момент времени $0 < t_1 < T/2$ с партией товара величиной N_0 единиц. В ходе сбыта запас товара не пополняется. Сбыт его, как легко показать, может принести прибыль только при выполнении необходимого (но ещё не достаточного) условия

$$L < R_M\,(y - x)\,. \tag{7.47}$$

Если это условие не выполнено, выходить на рынок не следует, поскольку каждый день пребывания на рынке будет приносить один лишь убыток.

Исследование показывает, что полная распродажа всей партии товара за время существования рынка возможна лишь при выполнении такого неравенства:

$$N_0 < R_M\,T\,[\,1/2 - (t_1\,/\,T)^2\,]\,. \tag{7.48}$$

Распродажа произойдёт после пика спроса, в некоторый момент времени $t_2 > T/2$ (см. рис. 7.12), если начальное количество товара таково, что выполнено неравенство

$$N_0 > (R_M\,/\,T)\,[\,(T\,/\,2)^2 - t_1^{\,2}\,]\,. \tag{7.49}$$

Будем считать это условие выполненным. Тогда время окончания сбыта t_2 (оно задаётся условием $N(t_2) = 0$) равно

$$t_2 = T\,\{\,1 - [\,S - (t_1/T)^2 - N_0/TR_M\,]^{1/2}\,\}\,. \tag{7.50}$$

Прибыль в момент полной распродажи в этом случае составит

$$B(t_2) = (y - x)\,N_0 - L\,(t_2 - t_1)\,. \tag{7.51}$$

Пример 7.7

Рассчитаем прибыль в ситуации, заданной такими числами:

$y - x = 1\,\$$, $T = 100$ *дн.*, $R_M = 1000/$*дн.*,

$$t_1 = 10\,дн.\,,\quad L = 200\,\$/дн.\,,\quad N_0 = 35\,000\,.$$

В этом случае объём рынка $N_M = 50\,000$; весь товар согласно расчёту, проведенному по формуле (7.50), будет распродан в момент времени $t_2 = 62,6\,дн.$, то есть примерно за 53 дня; прибыль в заключительный момент рассчитываем по формуле (7.51) и получаем:

$$B(t_2) = 24980\,\$\,.$$

Сохранив все остальные исходные числа прежними, изменим время выхода продавца на рынок. Пусть теперь $t_1 = 30\,дн.$ Тогда сбыт точно такой же партии товара закончится в момент времени $t_2 = 75,5\,дн.$, при этом сбыт занимает около сорока пяти дней, а заключительная прибыль оказывается выше:

$$B(t_2) = 25900\,\$.$$

Изменим теперь величину начального запаса товара, сохранив момент выхода продавца на рынок. При $t_1 = 30\,дн.$ и $N_0 = 40000$ весь товар будет распродан к моменту времени $t_2 = 90\,дн.$, и будет получена прибыль

$$B(t_2) = 28000\,\$.$$

Из этого примера хорошо видно, что сезонная прибыль зависит и от момента выхода на рынок, и от величины партии товара.

Теперь поставим вопрос так: в какой момент времени t_1 следует выйти на рынок и с каким количеством товара N_0, чтобы получить наибольшую возможную прибыль $B(t_2)$? Цена продажи y заранее фиксирована.

Ответ. Наилучшие значения величин N_0 и t_1 даются такими выражениями:

$$N_0^* = (R_M T/2)\,\{\,1 - [\,L/R_M\,(y - x)\,]^2\}\,; \qquad (7.52)$$

$$t_1^* = LT/2R_M\,(y - x)\,]\,. \qquad (7.53)$$

При этом сбыт закончится в момент времени

$$t_2(N_0^*\,,t_1^*) = T\,[\,1 - L\,/\,2R_M\,(y - x)\,]\,, \qquad (7.54)$$

а прибыль в заключительный момент продажи будет равна

$$B(t_2\,,t_1^*,N_0^*) = [(y - x\,)R_M\,T\,/\,2]\,[1 - L\,/\,R_M(y - x)]^2\,. \quad (7.55)$$

Все эти выражения, напоминаем, относятся к некоторой фиксированной цене продажи. Прибыль можно увеличить, назначив наилучшую цену сбыта. От цены продажи, заметим, согласно выражениям (7.53) - (7.55) зависят и время t_1^* и t_2^*, и заключительная прибыль. От этой цены, не будем об этом забывать, зависит и величина R_M. Наилучшей ценой, обеспечивающей максимальную заключительную прибыль, в данном случае следует признать ту цену, которая максимизирует величину $(y - x)R_M\,(y)$.

Если нет возможности провести рыночный эксперимент по определению наилучшей цены сбыта, можно воспользоваться приёмом оценок, описанным в п. 7.1.3 на примере линейной ценовой модели темпа сбыта.

Пример 7.8

Проведём численные расчёты по приведенным выше формулам на основе данных предыдущего Примера 7.7. Полагаем

$$T = 100\,дн.\,,\quad R_M = 1000/дн.\,,\quad L = 200\,\$/дн.\,,\quad y - x = 1\,\$\,.$$

Расчёт по формуле (7.53) показывает, что в данном случае наилучшим моментом выхода на рынок является время

$$t_1^* = 10\,дн.$$

При этом наилучшее количество товара (оно рассчитывается по формуле (7.52))

$$N_0^* = 48000\,.$$

Расчёты, проведенные по формулам (7.54) и (7.55), показывают, что в рассматриваемом здесь случае сбыт товара закончится в момент времени

$$t_2(N_0^*,\,t_1^*) = 90\,дн.$$

и при этом будет получена прибыль

$$B(t_2\,,t_1^*,\,N_0^*) = 32000\,\$\,.$$

Сравнение полученных в этом примере результатов с результатами Примера 7.7 показывает, что оптимизация коммерческого процесса по времени выхода на рынок и по количеству товара приводит к заметному увеличению прибыли.

А теперь предположим, что мы используем линейную ценовую модель (2.1) и представляем величину $R_M\,(y)$ в таком виде:

$$R_M(y) = R_L^M (1 - y / y_L) . \qquad (7.56)$$

Будем считать, что нам известна величина R_M при некоторой цене сбыта y_1. Считаем также, что нам известна предельная цена y_M, выше которой сбыть сколько-нибудь заметное количество товара нереально. Полагаем $y_M = y_L$. Тогда величина R_L^M согласно выражению (7.56) рассчитывается по формуле

$$R_L^M = R_M(y_1) /(1 - y_1 / y_M) . \qquad (7.57)$$

Итак, считаем, что нам известны параметры R_L^M и y_L. Используя форму (7.56), приходим к выводу, что оптимальной является цена сбыта

$$y_{opt} = (x + y_L)/2 = (x + y_M)/2 . \qquad (7.58)$$

При этой цене

$$R_M(y_{opt}) = R_L^M (y_L - x)/ 2 y_L , \qquad (7.59)$$

$$t_1(y_{opt}) = 2 L T y_L / R_L^M (y_L - x)^2 . \qquad (7.60)$$

$$t_2(y_{opt}) = T - 2 L T y_L / R_L^M (y_L - x)^2 . \qquad (7.61)$$

$$N_0^*(y_{opt}) = [R_L^M T (y_L - x)/4y_L] \{ 1 - [4 L y_L /R_L^M (y_L - x)^2]^2\}. \qquad (7.62)$$

$$B(t_2, t_1^*, N_0^*, y_{opt}) = [R_L^M T(y_L - x)^2/8y_L] \times \times [1 - 4L y_L /R_L^M(y_L - x)^2]^2. \qquad (7.63)$$

Пример 7.9

Этот пример является продолжением Примеров 7.7 и 7.8. В данном примере производится оптимизация сбыта по цене. Полагаем в соответствии с вышеуказанными примерами: $x = 1\ \$$, $T = 100$ *дн.*, $R_M (y = 2\$) = 1000$/*дн.*, $y_M = y_L = 4\ \$$, $L = 200\ \$$/*дн.*

Тогда на основании формул (7.58) и (7.59) получаем:

$R_L^M = 2000$/*дн.*, $y_{opt} = 2,5\ \$$.

Подставляя полученные числа в формулы (7.58) - (7.63), находим:

$R_M(y_{opt}) = 750$/ *дн.*, $t_1(y_{opt}) = 8,89$ *дн.*, $t_2(y_{opt}) = 91,11$ *дн.*,
$N_0^*(y_{opt}) = 36\,315$, $B(t_2, t_1^*, N_0^*, y_{opt}) = 38128\ \$$.

Полученная прибыль, как показывает сравнение её с результатами Примеров 7.7 и 7.8, является наибольшей.

Пример 7.10

Будем считать, что мы располагаем такими данными

$x = 5\ \$$, $T = 90$ *дн.*, $R_M (y_1 = 8\$) = 20$ / *дн.*, $L = 100\ \$$ / *дн.*

Будем считать, что, по нашим оценкам, R_M $(y_M = 10\ \$) = 1$/*дн.* $y_M = 10\ \$$ и что наилучшей, по нашему мнению, является экспоненциальная ценовая модель темпа сбыта:

$$R_M(y) = R_v^M \exp (- y / v) . \qquad (7.64)$$

Тогда, используя формулы (3.7) и (3.8), приходим к таким промежуточным расчётным формулам:

$$v = (y_M - y_1) / \ln (R_M (y_1) \times 1/ \text{дн.}), \qquad (7.65)$$

$$R_v^M = [R_M (y_1)]^w \times (1/ \text{дн})^{1 - w} ,$$

где $w = 1/(1 - y_1/ y_M)$.

Оптимальная цена сбыта даётся выражением

$$y_{opt} = x + v . \qquad (7.66)$$

Проводя расчёты по формулам (7.65) и (7.66), находим:

$v = 0,668\ \$$, $y_{opt} = 5,668\ \$$, $R_M(y_{opt}) = 660,92$/*дн.*

7.3. СБЫТ ПРИ ФИКСИРОВАННОМ УРОВНЕ СПРОСА В УСЛОВИЯХ ПАДЕНИЯ ЦЕНЫ ТОВАРА ВО ВРЕМЕНИ

Рассмотрим сбыт товара при условиях, когда темп сбыта остаётся постоянным, а цена продажи монотонно убывает по экспоненциальному закону:

$$R = \text{const} ; \qquad (7.67)$$

$$y(t) = y_0 \exp(-t/T_y). \qquad (7.68)$$

Здесь T_y - характерное время спада цены продажи единицы товара. За промежуток времени, равный T_y, цена товара падает в $e = 2,73...$ раз (см. рис. 7.13).

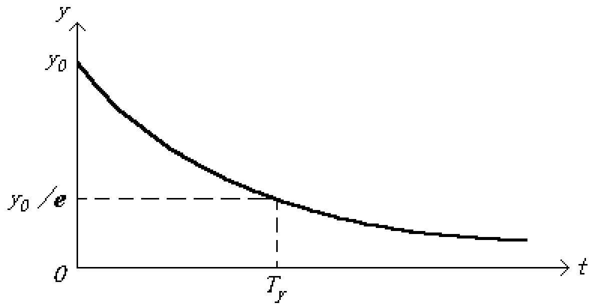


Рис. 7.13.

Рассматриваемая ситуация свойственна рынку, на котором в условиях насыщения спроса появляются всё новые и новые продавцы одного и того же товара. Не зависящее от воли предпринимателя падение цены продажи, безусловно, свидетельствует о том, что его фирма действует на рынке свободной конкуренции.

В этом случае количество товара N изменяется во времени по простейшему закону (предполагается, что начальный запас товара не пополняется):

$$N(t) = N_0 - Rt, \qquad (7.69)$$

а полная распродажа происходит за время

$$t_0 = N_0/R. \qquad (7.70)$$

Прибыль изменяется во времени следующим образом:

$$B(t) = -xN_0 - Lt + y_0 RT_y[1 - \exp(-t/T_y)]. \qquad (7.71)$$

При малых временах, когда $t << T_y$,

$$B(t) = -xN_0 + (y_0 R - L)t. \qquad (7.72)$$

Возможные варианты хода текущей прибыли во времени показаны на рис. 7.14. Здесь

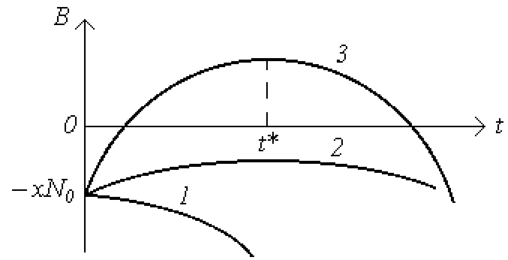
$$C = y_0 RT_y - xN_0 - LT_y[1 + \ln(y_0 R/L)]; \qquad (7.73)$$

$$t^* = T_y \ln(y_0 R/L). \qquad (7.74)$$

Все графики заканчиваются в точке t_0.

В заключительный момент полной распродажи, используя формулы (7.68) и (7.69), получаем для прибыли такое выражение:

$$B(t_0) = -(x + L/R)N_0 + y_0 RT_y[1 - \exp(-N_0/RT_y)]. \qquad (7.75)$$



1. $y_0 R < L$; 2. $y_0 R > L$, $C < 0$; 3. $y_0 R > L$, $C > 0$

Рис. 7.14.

При малом количестве товара $(N_0 << RT_y)$

$$B(t_0, N_0) = N_0(y_0 - x - L/R) \qquad (7.76)$$

(заключительная прибыль линейно растёт по мере увеличения запаса товара); при большом количестве товара $(N_0 >> RT_y)$ -

$$B(t_0, N_0) = y_0 RT_y - (x + L/R)N_0 \qquad (7.77)$$

(заключительная прибыль линейно убывает по мере увеличения запаса товара).

На рис. 7.15 показан график зависимости заключительной прибыли от величины начального запаса товара.

Из рисунка видно, что при $N_0 > N_m$ прибыль отрицательна, то есть предприниматель терпит убыток. Здесь величина N_m

является нетривиальным корнем уравнения (относительно неизвестного N)

$$(x + L / R)\, N = y_0\, RT_y\, [\, 1 - \exp(\, - N / RT_y)] \,. \qquad (7.78)$$

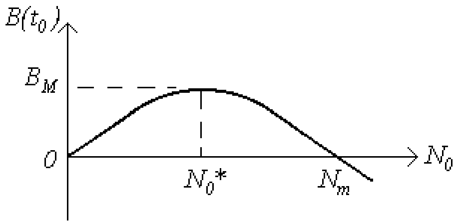


Рис. 7.15.

Этот корень обязательно существует (и обеспечивает существование области прибыльности) при выполнении неравенства

$$y_0 > x + L / R \,. \qquad (7.79)$$

Это условие является совершенно естественным: цена продажи единицы товара в момент времени $t = 0$ должна быть выше суммы себестоимости её и расхода на её реализацию. В дальнейшем будем считать это неравенство выполненным (рис. 7.15 относится как раз к такому случаю).

Заключительная прибыль достигает наибольшего значения

$$B_M = y_0 R\, T_y \{1 - [(x + L / R)/ y_0][1 + \ln (y_0/(x + L / R))]\} \,. \qquad (7.80)$$

при начальном запасе

$$N_0^* = RT_y \ln [y_0/ (x + L / R\,)\,] \,. \qquad (7.81)$$

Согласно формуле (7.69) время полной распродажи при таком запасе

$$t_0(N_0^*) = T_y \ln [\, y_0 / (x + L / R\,)\,] \,. \qquad (7.82)$$

Заметим, что $t_0(N_0^*) < t^*$ (см. формулу (7.74)).
Зависимость текущей прибыли от времени при начальном запасе (7.81) показана на рис. 7.16. Здесь t_1 - корень уравнения

$$xN_0^* + L\, t \;=\; y_0\, RT_y\, [\, 1 - \exp(\, - t / T_y)] \,. \qquad (7.83)$$

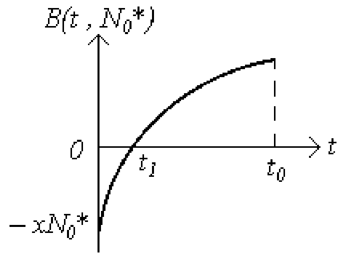


Рис. 7.16.

Пример 7.11

Рассчитаем величины (7.80) - (7.82) при таких данных:
$R = 150 / дн.$, $L = 75\ \$ / дн.$, $T_y = 100\, дн.$, $x = 1\ \$$, $y_0 = 3\ \$$.
Получаем:
$N_0^* = 1{,}04 \times 10^4$; $B_M = 6{,}9 \times 10^3\ \$$; $t_0(N_0^*) = 69{,}3\, дн.$; $t_1 = 33\, дн.$

Посмотрим, к чему приводит отступление от оптимального начального запаса. Возьмём вначале меньшую величину; полагаем $N_0 = 0{,}75 \times 10^4$. Тогда из формулы (7.71) следует: $t_0 = 50\, дн.$ Решение уравнения (7.83) даёт: $t_1 = 23\, дн.$ Заключительная прибыль, рассчитанная по формуле (7.76): $B(t_0) = 6{,}46 \times 10^3\ \$$.

Теперь возьмём начальный запас, превышающий оптимальный. Пусть $N_0 = 1{,}5 \times 10^4$. Тогда расчёт по указанным выше формулам даёт

$$t_0 = 100\, дн.\,; \quad t_1 = 23\, дн.\,; \quad B(t_0) = 5{,}94 \times 10^3\ \$ \,.$$

Как видим, в обоих последних случаях заключительная прибыль меньше максимальной прибыли $B_M = 6{,}9 \times 10^3\ \$$.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ПРОДАЖА ВЗАИМОЗАМЕЩАЮЩИХ ТОВАРОВ

В том случае, когда на рынке представлены взаимозамещающие товары, необходимо учитывать, что сбыт одного из них в большинстве случаев явно скоррелирован со сбытом другого, например, зависит от спроса на другой товар, от цены второго товара, от суммарного бюджета покупателей. Для европейской страны с низким уровнем экономического развития такими взаимозамещающими продуктовыми товарами являются, например, картофель и мучные изделия. Можно также указать на особенности одновременного сбыта разнообразных цитрусовых плодов или напитков, алкогольных и безалкогольных.

При рассмотрении взаимозамещения можно выделить два типа относящихся сюда товаров. Первым типом является *общее взаимозамещение*, при котором в замещении участвуют хотя и близкие, но всё же разные товары (например фрукты различных видов или указанная выше пара картофель-хлеб). Здесь при выборе процента замещения покупатель руководствуется собственными соображениями о потребительской ценности того или иного товара. Вторым типом взаимозамещения, *полным взаимозамещением*, является выбор покупателем среди товаров одного и того же типа тот, который больше соответствует возможностям покупателя. Так полностью может заместить одна марка телевизора, холодильника, автомобиля другую марку того же товара.

А. *Общее взаимозамещение*

А. 1. *Фиксированный бюджет покупателя*

Здесь рассматривается ситуация, когда одна и та же потребность покупателя может быть удовлетворена товарами разными, но близкими по существу потребности. В этом разделе мы будем предполагать, что имеется группа товаров,

выбор из которых для покупателя не слишком принципиален и носит до известной степени случайный характер. При отсутствии какого-то товара из данной группы покупатель сравнительно легко удовлетворяется другим взаимозамещающим товаром в пределах той суммы, которую покупатель намерен затратить на удовлетворение вполне определённой потребности. Если все взаимозамещающие товары представлены в широком ассортименте, покупатель разнообразия ради скорее всего приобретёт несколько разновидностей взаимозамещающих товаров.

Продавец в подобной ситуации должен строить свою тактику на том, чтобы настойчиво предлагать покупателю наиболее выгодные для фирмы товары из группы взаимозамещения. Ниже мы постараемся ответить на вопрос, как на практике установить, какие из взаимозамещающих товаров наиболее выгодны для фирмы.

В том случае, когда на рынке представлены взаимозамещающие товары, иногда необходимо принимать во внимание, что сбыт одного из них явно зависит от спроса на другой товар, от цены второго товара. Такую задачу мы рассмотрим в Разделе Б. В этом разделе мы касаться данного вопроса не станем.

Будем считать, что взаимозамещающие товары образуют группу из K различных товаров. Величину

$$B_C = y_1 N_1 + y_2 N_2 + y_3 N_3 + y_4 N_4 + \ldots + y_K N_K \qquad (1)$$

назовём бюджетом покупателя и будем считать её известной, постоянной величиной. Здесь y_i - отпускная цена единицы i-го товара, N_i - количество единиц этого товара, приобретаемое в рамках бюджета покупателя.

Маржа продавца при покупке общей ценой B_C равна

$$M = (y_1 - x_1)\, N_1 + (y_2 - x_2)\, N_2 + (y_3 - x_3)\, N_3 + \ldots + (y_K - x_K)\, N_K\ , \qquad (2)$$

где x_i - себестоимость единицы i-го товара.

Наша задача - при заданных ценах x_i и y_i и фиксированном бюджете B_C подобрать тот вид товара, который обеспечит продавцу наибольшую величину маржи M.

В системе координатных осей $0N_1, 0N_2, \dots, 0N_K$ формула для бюджета (1) является формулой плоскости в K-мерном пространстве. При двух взаимозамещающих товарах ($K=2$) это прямая линия (т. н. бюджетная линия, см. ниже рис. 1). При трёх взаимозамещающих товарах ($K = 3$) это плоскость в трёхмерном пространстве (бюджетная плоскость, см. рис. 2).

Начнём с исследования простейшего случая: $K=2$. Каждая точка на бюджетной линии, показанной на рис. 1, соответствует бюджету покупателя, равному B_C. Крайние точки на бюджетной линии относятся к сбыту товара только одного наименования. Промежуточные точки относятся к сбыту обоих товаров в некоторой пропорции:

$$\alpha = 1 - y_1 N_1 / B_C = y_2 N_2 / B_C \; ; \; 0 \le \alpha \le 1 \, . \qquad (3)$$

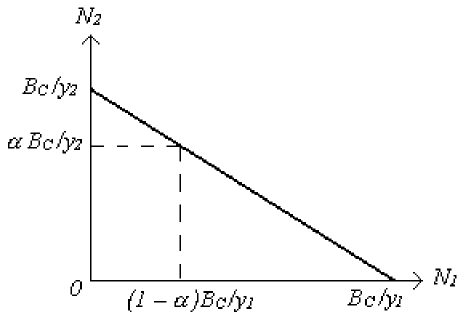


Рис. 1.

Введём такие обозначения:

$$g_1 = x_1 / y_1 \, ; \; g_2 = x_2 / y_2 \, . \qquad (4)$$

Естественно, величины g_1 и g_2 меньше единицы.

Исследование показывает, что при $g_2 > g_1$ продавцу выгодно увеличивать величину N_1 до наибольшего возможного значения, равного B_C / y_1. При этом $N_2 = 0$ (см. рис. 1). Маржа продавца в этом случае

$$M = B_C (1 - g_1) = B_C (1 - x_1 / y_1) \, . \qquad (5)$$

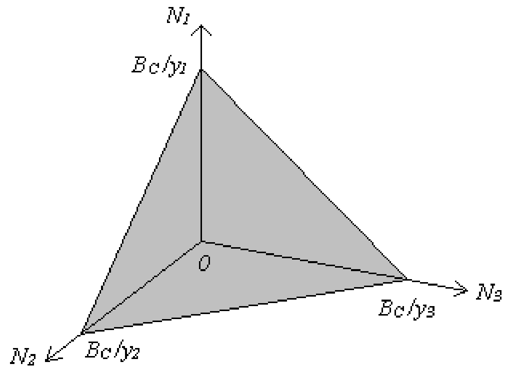


Рис. 2.

При $g_2 < g_1$ продавцу выгодно уменьшать величину N_1 до наименьшего значения, то есть до нуля. При этом $N_2 = B_C / y_2$, и маржа

$$M = B_C (1 - g_2) = B_C (1 - x_2 / y_2) \, . \qquad (6)$$

Вывод: из двух взаимозамещающих товаров фирме нужно держать в продаже в основном тот товар, у которого отношение x / y наименьшее.

Подчеркнем еще раз (и это очень важно!) - в рамках фиксированного бюджета покупателя оптимумом для продавца оказалась не наибольшая разность цены продажи и себестоимости $y - x$, а их наименьшее отношение x / y.

Если $g_1 = g_2$, маржа не зависит от того, в какой пропорции представлены взаимозамещающие товары. На рис. 3 показана зависимость маржи от пропорционального отношения товаров.

Исследование более общего случая, когда взаимозамещающих товаров три и больше ($K > 2$), показывает, что при любом количестве взаимозамещающих товаров наиболее выгодным для продавца при фиксированном бюджете покупателя является тот товар, для которого отношение x / y является наименьшим.

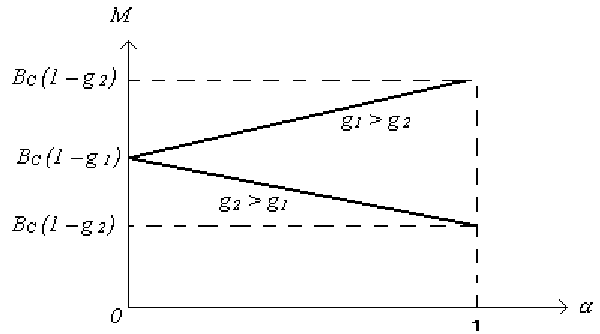


Рис. 3.

Пример П1.1

Предположим, что в магазине имеются в продаже два взаимозамещающих товара:

1). Яблоки. $y_1 = 0,5\ \$ / кг$, $x_1 = 0,2\ \$ / кг$.

2). Груши. $y_2 = 1,0\ \$ / кг$, $x_2 = 0,6\ \$ / кг$.

Пусть бюджет покупателя, адресованный фруктам, $B_C = 5\ \$$. И пусть покупателю абсолютно всё равно, какие из указанных фруктов купить (конечно, существуют и более сложные варианты, но мы их здесь рассматривать не будем).

Несмотря на очевидное неравенство $y_2 - x_2 > y_1 - x_1$, продавцу выгодней сбывать первый товар (яблоки), потому что $g_1 = 0,5 / 0,2 = 2,5$, а $g_2 = 1 / 0,6 = 1,67$. То есть $g_1 > g_2$.

Действительно, если покупатель купит одни только яблоки (на пять долларов он может приобрести десять килограммов яблок), маржа продавца M составит $10 \times (0,5 - 0,2)\ \$ = 3\ \$$. Это - наибольшая возможная маржа. Если же покупатель купит одни только груши (а их на $5\ \$$ можно купить $5\ кг$), маржа данного продавца будет всего лишь $5 \times (1 - 0,6)\ \$ = 2\ \$$. Это - наименьшая маржа. При любом произвольном соотношении яблок и груш в покупке общей стоимостью $5\ \$$ маржа продавца

$$2\ \$ \le M \le 3\ \$.$$

Из приведенных данных видно, что в данном случае продавец должен стараться сбыть в первую очередь яблоки и вообще ориентироваться на продажу яблок.

А.2. *Общее взаимозамещение в условиях конкуренции цен*

Для простоты здесь мы ограничимся рассмотрением лишь одной пары взаимозамещающих товаров (присвоим им номера 1 и 2). Темпы сбыта первого и второго товаров обозначим соответственно R_1 и R_2, а их цены продажи символами y_1 и y_2.

Для начала попытаемся представить себе качественно, как зависит, например, темп сбыта R_1 от цен y_1 и y_2. Эту зависимость можно изобразить на рисунке (см. рис. 4).

Зависимость темпа сбыта первого товара от его же собственной цены имеет вполне стандартный вид (левый рисунок). В то же время зависимость темпа сбыта одного товара от цены другого носит совершенно другой характер (правый рисунок). Если цена другого товара очень мала, сбыт первого товара, естественно, будет совсем незначительным. При высокой цене второго товара, его цена, легко сообразить, перестаёт сколько-нибудь заметно влиять на сбыт первого (кривая выходит на насыщение).

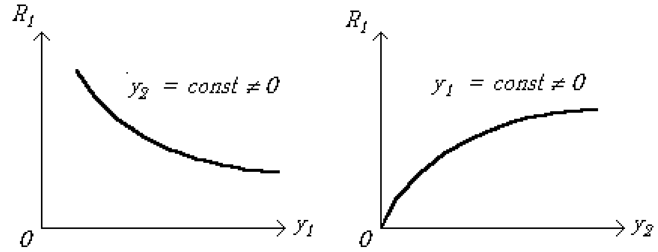


Рис. 4.

Не представляет большого труда моделировать эти зависимости во всей их полноте. Одна из возможных математических моделей такова:

$$R_1(y_1, y_2) = [y_2/(y_1 + y_2)]\ C_1\,(1 - y_1/b_1)\ ; \qquad (7)$$

$$R_2(y_1, y_2) = [y_1/(y_1 + y_2)]\ C_2\,(1 - y_2/b_2)\ . \qquad (8)$$

Здесь $0 \le p_1 \le b_1$, $0 \le p_2 \le b_2$.

Кривые, задаваемые этими формулами, хорошо воспроизводят графики, показанные на рис. 4. Однако выражения (7) и (8) неудобны для наглядного аналитического исследования. Поэтому мы здесь ограничимся более простыми моделями ($0\le y_1 \le b_1,\ 0\le y_2\le b_2$):

$$R_1(y_1,y_2) = [y_2/b_2]\, C_1\,(1 - y_1/b_1)\ ; \qquad (9)$$

$$R_2(y_1,y_2) = [y_1/b_1]\, C_2\,(1 - y_2/b_2)\ . \qquad (10)$$

Здесь величины R_1 и R_2 имеют размерность темпа сбыта, а величины b_1 и b_2 - размерность цены. Таким образом, мы имеем дело с четырьмя рыночными параметрами, подлежащими определению экспериментальным путём.

Экспериментальное нахождение рыночных параметров

Будем считать, что в ходе первого проведенного фирмой эксперимента первый товар продавался по цене $y_1(1)$, а второй - по цене $y_2(1)$. При этом было обнаружено, что первый товар сбывается в темпе $R_1(1,1)$, а второй - в темпе $R_2(1,1)$. Второй ход эксперимента заключался в установлении новых цен $y_1(2)$ и $y_2(2)$. При этом зарегистрированы иные темпы сбыта первого и второго товаров. Обозначим их, соответственно, $R_1(2,2)$ и $R_2(2,2)$. Используя полученные в ходе опыта числа, рассчитываем рыночные параметры b_1, b_2, C_1 и C_2 по таким рабочим формулам:

$$b_1 = A/B\ ; \quad b_2 = L/Q\ ;$$

$$C_1 = AL/Q\,\{\,y_2(1)\,y_2(2)\,[\,y_1(1) - y_1(2)\,]\,\}\ ; \qquad (11)$$

$$C_2 = A\,L/B\,\{\,y_1(1)\,y_1(2)\,[\,y_2(1) - y_2(2)\,]\,\}\ .$$

Здесь

$$A = R_1(2,2)\,y_1(1)\,y_2(1) - R_1(1,1)\,y_1(2)\,y_2(2)\ ,$$

$$B = R_1(2,2)\,y_2(1) - R_1(1,1)\,y_2(2)\ ,$$

$$L = R_2(2,2)\,y_2(1)\,y_1(1) - R_2(1,1)\,y_2(2)\,y_1(2)\ ,$$

$$Q = R_2(2,2)\,y_1(1) - R_2(1,1)\,y_1(2)\ .$$

Пример П1.2

Пусть опытные данные представляют собой следующий массив (используем для упрощения записи безразмерные величины):

$$y_1(1) = 4\ ,\ \ y_2(1) = 6\ ,\ \ y_1(2) = 5\ ,\ \ y_2(2) = 7\ ;$$

$$R_1(1,1) = 100\ ,\ \ R_2(1,1) = 150\ ,\ \ R_1(2,2) = 80\ ,\ \ R_2(2,2) = 140\ .$$

Подставляя эти числа в приведенные выше расчётные формулы, получаем:

$$b_1 = 7{,}18\ ,\ \ b_2 = 9{,}95\ ,\ \ C_1 = 374{,}21\ ,\ \ C_3 = 678{,}68\ .$$

Оптимальные цены сбыта

Зная величину рыночных параметров, мы имеем возможность решить вопрос о наилучшей цене сбыта, обеспечивающей максимальный темп прибыли. Появляется возможность рассчитать и этот максимальный темп тоже.

Запишем общее выражение для темпа прибыли, получаемой в ходе реализации фирмой обоих взаимозамещающих товаров одновременно:

$$Q = (y_1 - x_1)\,R_1(y_1, y_2) + (y_2 - x_2)\,R_2(y_1, y_2) - L = \qquad (12)$$
$$= (y_1 - x_1)\,[y_2/b_2]\,C_1\,(1 - y_1/b_1) + (y_2 - x_2)\,[y_1/b_1]\,C_2\,(1 - y_2/b_2) - L.$$

Здесь x_1 и x_2 - себестоимости единиц первого и второго товаров, соответственно, L - общий темп текущих расходов.

Исследование выражения (12) показывает, что наибольший общий темп прибыли обеспечат цены $y_1{}^*$ и $y_2{}^*$, являющиеся корнями такой системы уравнений:

$$2y_1 = b_1 + x_1 + C_2(y_2 - x_2)\,(b_2 - y_2)\,/C_1 y_2\ ; \qquad (13)$$
$$2y_2 = b_2 + x_2 + C_1(y_1 - x_1)\,(b_1 - y_1)\,/C_2 y_1\ .$$

Пример П1.3

Рассчитаем оптимальные цены и соответствующий им темп прибыли при таких данных(используем безразмерные величины):

$$x_1 = 1,\ x_2 = 3,\ b_1 = 10,\ b_2 = 20,\ C_1 = 100,\ C_2 = 34,\ L = 100.$$

Проведя расчёты с использованием формул (12) и (13), находим:

$$y_1^* = 6, \quad y_2^* = 16{,}4, \quad Q_{max} = 113{,}2.$$

Получение наибольшей выручки

Расчёты по максимизации темпа выручки g можно довести до конца в аналитическом виде. В рассматриваемом здесь случае

$$g = y_1 R_1(y_1, y_2) + y_2 R_2(y_1, y_2) = \tag{14}$$

$$= (y_1 y_2)\,[\,(1/b_2)\, C_1 (1 - y_1/b_1) + (1/b_1)\, C_2 (1 - y_2/b_2)\,].$$

Расчёт показывает, что величина g достигает наибольшего значения при таких ценах:

$$y_1^{**} = (b_1 C_1 + b_2 C_2)/3C_1;\ y_2^{**} = (b_1 C_1 + b_2 C_2)/3C_2. \tag{15}$$

При этих оптимальных ценах

$$g(y_1^{**}, y_2^{**}) = (b_1 C_1 + b_2 C_2)^3 / 27\, C_1 C_2 b_1 b_2. \tag{16}$$

Пример П1.4

Воспользуемся исходными данными предыдущего примера. Тогда расчёт по формулам (15) и (16) приводит к такому результату:

$$y_1^{**} = 5{,}6, \quad y_2^{**} = !6{,}47, \quad g(y_1^{**}, y_2^{**}) = 258{,}25.$$

Если нам известны рыночные параметры, мы можем сразу получить определённую полезную информацию. Она содержится в картине, показанной на рис. 5.

Исследование показывает, что держать оба товара в продаже одновременно имеет смысл лишь в случае, когда выполняется цепь неравенств

$$1/2 < C_1 b_1 / C_2 b_2 < 2. \tag{17}$$

Этому неравенству соответствует затемнённая область на рис. 5.

В случае $C_1 b_1 / C_2 b_2 < 1/2$ фирме следует снять с продажи первый товар и ограничиться одним лишь сбытом второго. В случае $C_1 b_1 / C_2 b_2 > 2$, наоборот, следует снять с продажи второй товар и ограничиться сбытом первого.

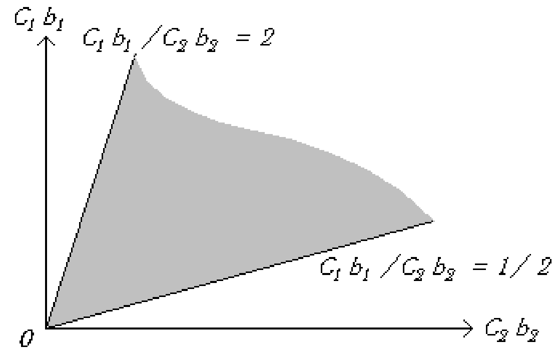


Рис. 5.

Б. *Полное взаимозамещение*

Будем считать, что группа полностью взаимозамещающих товаров состоит из M сортов. При этом товару j-го сорта соответствует своя себестоимость x_j, цена продажи y_j и темп сбыта R_j. Тогда темп чистого дохода для всей группы записывается в виде

$$r = \sum_{j=1}^{M} (y_j - x_j)\, R_j(y_j). \tag{18}$$

На практике возможны различные корреляции скоростей сбыта товаров из одной группы. Мы рассмотрим два варианта.

Введём такие функции:

$$P_1(y_1, y_2, ..., y_M) = \sum_j^M R_j(y_j) - R_0, \tag{19}$$

$$P_2(y_1, y_2, ..., y_M) = \sum_j^M y_j R_j(y_j) - g_0. \tag{20}$$

Здесь R_0 - общий темп сбыта товаров данной группы, g_0 - общий бюджет покупателей (отнесённый к единице времени), направленный на приобретение товаров данной группы.

В отсутствии корреляции между сбытом отдельных товаров (мы такой случай рассматривали в предыдущих разделах) оптимальные цены продажи y_j^* определялись из условий

$$\partial r / \partial y_j = 0, \qquad (21)$$

или

$$R_j(y_j) + (y_j - x_j)\, \partial R_j / \partial y_j = 0. \qquad (22)$$

Теперь же перейдём к случаю, когда на сбыт наложены связи вида

$$P_k(y_1, y_2, ..., y_M) = 0. \quad (k = 1 \text{ или } 2) \qquad (23)$$

Случай $k = 1$ относится к варианту, когда корреляция сбыта осуществляется постоянством общего темпа сбыта всей группы товаров. Случай $k = 2$ относится к тому случаю, когда корреляция обусловлена постоянством общего бюджета всех покупателей товара данной группы.

При наличии связей наилучшие парциальные цены, обозначим их символами y_j^{**}, являются решениями такой системы уравнений:

$$\partial L_k / \partial y_j = 0, \ \partial L_k / \partial \lambda_k = 0, \ (k = 1 \text{ или } 2), (j = 1, 2, ..., M), \qquad (24)$$

где

$$L_k = r(y_1, y_2, ..., y_M) + \lambda_k P_k(y_1, y_2, ..., y_M). \qquad (25)$$

Для случая $k = 1$ эта система имеет такой вид:

$$R_j(y_j) + (y_j - x_j + \lambda_1)\, \partial R_j / \partial y_j = 0, \quad (j = 1, 2, ..., M) \qquad (26)$$

$$\sum_j^M R_j(y_j) = R_0, \qquad (27)$$

Здесь неизвестными являются величины $y_1, y_2, ..., y_M$ и λ_1.

Для случая $k = 2$ система (24), (25) имеет такой вид:

$$(1 + \lambda_2) R_j(y_j) + [(1 + \lambda_2) y_j - x_j]\, \partial R_j / \partial y_j = 0, \ (j=1, 2, ..., M) \qquad (28)$$

$$\sum_j^M y_j R_j(y_j) = g_0. \qquad (29)$$

Здесь неизвестными являются величины $y_1, y_2, ..., y_M$ и λ_2.

Дальнейшее рассмотрение проведём для линейной ценовой модели. Полагаем:

$$R_j(y_j) = R_{Lj}(1 - y_j / y_{Lj}). \qquad (30)$$

Здесь R_{Lj} и y_{Lj} - маркетинговые параметры, характеризующие сбыт товара j-го сорта.

Тогда для случая $k = 1$ система уравнений (26) и (27) принимает такой вид:

$$y_{Lj} + x_j - 2y_j - \lambda_1 = 0, \quad (j = 1, 2, ..., M) \qquad (31)$$

$$\sum_j^M (R_{Lj} / R_0)(y_{Lj} - y_j) = 1. \qquad (32)$$

Для случая $k = 2$ система уравнений (28) и (29) - такой:

$$(1 + \lambda_2)(y_{Lj} - 2y_j) + x_j = 0, \quad (j = 1, 2, ..., M) \qquad (33)$$

$$\sum_j^M (R_{Lj} / g_0 y_{Lj})(y_{Lj} - y_j) y_j = 1. \qquad (34)$$

Рассмотрим теперь простейший случай: $M = 2$, то есть считаем, что взаимозамещающими являются всего лишь два товара. Тогда в случае $k = 1$ система уравнений (31) и (32) имеет такие решения:

$$y_1^{**} = [a_2(y_1^* - y_2^*) + a_1 y_{L1} + a_2 y_{L2} - 1] / (a_1 + a_2), \qquad (35)$$

$$y_2^{**} = [a_1(y_2^* - y_1^*) + a_1 y_{L1} + a_2 y_{L2} - 1] / (a_1 + a_2). \qquad (36)$$

Здесь

$$a_j = R_{Lj} / R_0\, y_{Lj}, \ y_j^* = (x_j + y_{Lj}) / 2. \qquad (37)$$

Для случая $k = 2$, $M = 2$ системе уравнений (33), (34), решениями которой являются оптимальные цены y_1^{**} и y_2^{**}, можно придать такую форму:

$$(y_1^* - y_1^{**})\, x_2 = (y_2^* - y_2^{**})\, x_1 \,; \qquad (38)$$

$$b_1 y_1^{**} (y_{L1} - y_1^{**}) + b_2 y_2^{**} (y_{L2} - y_2^{**})\,. \qquad (39)$$

Здесь

$$b_j = R_{Lj} / g_0\, y_{Lj} \,. \qquad (40)$$

Эту систему удобнее решать численно.

Пример П1.5

Решение этого Примера проведём при таких данных:

$y_{L1} = 10\,\$,\ y_{L2} = 15\,\$,\ x_1 = 2\,\$,\ \ x_2 = 5\,\$,$

$R_{L1} = 1000/дн.,\ R_{L2} = 750/дн.,$

$R_0 = 500/дн.,$ (для случая $k = 1$),

$g_0 = 5000\,\$/дн.$ (для случая $k = 2$).

В отсутствие корреляции сбыта наилучшие цены продажи, рассчитанные по формуле (37), таковы:

$y_1^* = (y_{L1} + x_1)/2 = 6\,\$,\ \ y_2^* = (y_{L2} + x_2)/2 = 10\,\$.$

Этим ценам отвечает темп чистого дохода $r(y_1^*, y_2^*) = 2850\,\$/дн.$

При учёте корреляции в случае $k = 1$ расчёт по формулам(31) и (32) даёт такие оптимальные цены: $y_1^{**} = 7\,\$,\ y_2^{**} = 11\,\$,$

Этим ценам отвечает темп чистого дохода $r(y_1^{**}, y_2^{**}) = 2700\,\$/дн.$

В случае $k{=}2$ решение системы уравнений (38) и (39) даёт два набора цен: $y_1^{**} = 5{,}87\,\$,\ y_2^{**} = 9{,}675\,\$$ и $y_1^{**} = 4{,}13\,\$,\ y_2^{**} = 5{,}325\,\$.$

Исследование показывает, что среди этих двух оптимальным (ведущим к наибольшей прибыли) является первый набор. Таким образом, остаётся:

$$y_1^{**} = 5{,}87\,\$,\ y_2^{**} = 9{,}675\,\$.$$

Этим ценам отвечает темп чистого дохода

$$r(y_1^{**}, y_2^{**}) = 2843\,\$/дн.$$

Как видим, корреляция сбыта снижает темп чистого дохода, но в отдельных случаях это снижение может оказаться незначительным, если удаётся установить оптимальные цены продажи.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ИЕРАРХИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ЦЕН СБЫТА

Вопрос об оптимальной цене продажи весьма часто поднимается в экономической литературе. Однако, без конкретного указания величины, максимизация которой является нашей

целью, задача оптимизации, по нашему мнению, не является корректно поставленной и решена быть не может.

Рассмотрим здесь для двух вариантов сбыта задачу нахождения наилучших цен продажи при заданных не изменяющихся во времени условиях реализации товара. Таких цен будет несколько, и зависят они от того, как сформулирована основная цель организации, ведущей сбыт.

Первый вариант заключается в том, что происходит сбыт некоторой ограниченной партии товара, исходно содержащей N_0 единиц товара. Продолжительность операции: $t_0 = N_0/R$. Здесь R - темп сбыта, то есть число единиц товара, продаваемых в единицу времени. В ходе сбыта запас товара не пополняется.

Обозначим символом x себестоимость единицы товара, символом y - цену продажи её. Величина R является функцией цены y; при этом график $R(y)$ называется кривой спроса. Реальная функция $R(y)$ является достаточно плавной; при этом всегда существует широкая, практически неограниченная область цен, где эта функция монотонно убывает, то есть $dR/dy < 0$ (в этой области и будем работать). Считаем, и это вполне естественно, что $R(y \to \infty) \to 0$.

Обозначим символом L темп текущих рыночных расходов, то есть расход, связанный с пребыванием фирмы-продавца на рынке в течение единицы времени (например, одного дня).

При принятых обозначениях величина прибыли в момент полной распродажи всей партии товара (обозначим прибыль символом B) запишется следующим образом:

$$B(t_0, y) = N_0(y - x) - L\,t_0 = N_0[\,y - x - L/R(y)\,]. \qquad (1)$$

Второй рассматриваемый здесь вариант сбыта заключается в том, что фирма действует на рынке непрерывно, компенсируя продажу своего товара идущими в том же темпе R закупками или производством его. Тогда прибыль фирмы в единицу времени (обозначим её символом Q), или темп прибыли, задаётся таким выражением (см. (4.175)):

$$Q(y) = (y - x)R(y) - L\,. \qquad (2)$$

Запишем выражение для рентабельности рыночной операции в первом варианте (обозначим её символом C).

Эту величину определим здесь как отношение заключительной прибыли к суммарному расходу на закупку (производство) партии товара и ведение самой операции сбыта (см. (4.14)):

$$C(y) = \frac{N_0\,[y - x - L/R(y)]}{N_0\,[x + L/R(y)]} = \frac{yR(y)}{xR(y)+L} - 1 \quad . \qquad (3)$$

При втором варианте сбыта рентабельность задаём отношением ежедневной прибыли к ежедневному расходу. В этом случае получаем тот же результат (3).

Ещё одной величиной, которая может представлять определённый интерес для фирмы-продавца, является темп выручки, то есть выручка в единицу времени (на практике это может быть средняя ежедневная выручка). Обозначим её символом g и определим следующим образом (см. (1.15)):

$$g(y) = y\,R(y)\,. \qquad (4)$$

Для величин (1), (2) и (3) общим является то, что все они гарантированно имеют отрицательное значение как при $y \le x$, так и при $y \to \infty$ (см. принятое выше условие $R(y \to \infty) \to 0$). Упомянутые величины являются положительными, и тем самым операция сбыта становится прибыльной, только в такой области цен y, где выполнено неравенство (см. (4.9)):

$$(y - x)\,R(y) - L > 0\ . \qquad (5)$$

В дальнейшем будем считать, что ситуация на рынке благоприятна и область цен, где удовлетворяется условие прибыльности (5), существует. Это означает, что функции $B(t_0, y)$, $Q(y)$ и $C(y)$ имеют в этой области, по крайней мере, один максимум. Будем здесь считать, что данный максимум - единственный (для этого требуется, чтобы кривая $R(y)$ имела менее двух точек перегиба). Функция $g(y)$ всегда положительна и также имеет максимум.

Из формулы (1) следует, что заключительная прибыль $B(t_0, y)$ достигает максимума при некоторой цене $y_B{}^*$, являющейся корнем следующего уравнения (см.(4.15)):

$$1 + \frac{L}{R^2(y)}\,\frac{dR(y)}{dy} \;=\; 0\,. \qquad (6)$$

Здесь и всюду ниже к рассмотрению принимаются только вещественные, положительные корни. Цену $y_B{}^*$ считаем оптимальной, если фирма, ведущая сбыт ограниченной партии товара, ставит перед собой цель получить максимальную заключительную прибыль.

Темп прибыли $Q(y)$, определяемый формулой (2), достигает максимума при цене $y_Q{}^*$, являющейся корнем уравнения (см. (4.16))

$$R(y) + (y - x)\frac{dR}{dy} \;=\; 0\,. \qquad (7)$$

Цена $y_Q{}^*$ является оптимальной для варианта непрерывного сбыта, если фирма ставит перед собой задачу получить максимальный темп прибыли.

Рентабельность $C(y)$ достигает максимума при некоторой цене $y_C{}^*$, которая является оптимальной, если фирма нацелена на максимум рентабельности (при любом варианте сбыта). Цена $y_C{}^*$ является корнем такого уравнения (см. (4.18)):

$$yL\frac{dR(y)}{dy} + R(L + xR) \;=\; 0\,. \qquad (8)$$

Темп выручки $g(y)$, задаваемый формулой (4), достигает максимума при некоторой цене $y_g{}^*$, являющейся корнем уравнения (см. (4.17))

$$y\,\frac{dR(y)}{dy} + R(y) \;=\; 0\,. \qquad (9)$$

Цена $y_g{}^*$ является оптимальной в том случае, когда фирма в силу определённых причин настроена максимизировать темп выручки (среднюю ежедневную выручку).

Докажем следующую теорему:

При наложенных выше условиях на вид функции $R(y)$ и при выполнении условия прибыльности (5) реализуется следующая иерархия оптимальных цен:

$$y_B{}^* > y_C{}^* > y_Q{}^* > y_g{}^*\ .$$

Для удобства сравнения перепишем уравнения (6) - (9) в таком виде:

$$-\frac{dR(y)}{dy}=\frac{R^2}{L}\quad; \tag{6*}$$

$$-\frac{dR(y)}{dy}=\frac{R^2}{L}\,\frac{L+xR}{yR}\quad; \tag{7*}$$

$$-\frac{dR(y)}{dy}=\frac{R}{y-x}\{1+\frac{x}{yL}[(y-x)R-L]\}\quad; \tag{7**}$$

$$-\frac{dR(y)}{dy}=\frac{R}{y-x}\quad; \tag{8*}$$

$$-\frac{dR(y)}{dy}=\frac{R}{y-x}\,\frac{y-x}{y}\quad. \tag{9*}$$

Из приведенных здесь выражений и неравенства (5) видно, что правая часть уравнения (7*) меньше правой части уравнения (6*); правая часть уравнения (9*) меньше правой части уравнения (8*), а та, в свою очередь, меньше правой части уравнения (7**). Решим графически уравнения (6*) - (9*). В качественном виде получение решений показано на рис. 1. Здесь кривая-А изображает функцию *(- dR/dy)*; кривая-Б - правую часть уравнения (6*); кривая-В - правую часть уравнения (7*), или, что то же самое, уравнения (7**) ; кривая-Г - правую часть уравнения (8*) ; кривая-Д - правую часть уравнения (9*). Может случиться, что кривая спроса *R(y)* имеет такой вид, что уравнение (9) не имеет положительных вещественных корней; тогда пересечения кривых А и Д нет и точка y_g^* не существует.

Отметим, что возможны только варианты пересечения, показанные на рис. 1а и 1б , поскольку для всех рассматриваемых здесь случаев в точках пересечения тангенс угла наклона кривой А больше, чем у кривых Б, В, Г и Д . Последнее утверждение можно доказать следующим образом.

Введём функцию *α (y, R(y))* , представляющую собой любую из функций $B(t_0, y)$, *Q(y), C(y)* и *g(y)*, заданных

выражениями (3) - (6). Её производную по цене *y* можно представить в виде

$$\frac{d\alpha(y,R(y))}{dy}=[\frac{dR}{dy}+\beta(y,R(y))]\gamma(y,R(y))\ ,$$

где $\beta(y, R(y))>0$ и $\gamma(y, R(y))>0$; при этом функция $\beta(y, R(y))$ представляет собой правые части уравнений (6*) - (9*). Легко видетъ, что в актуальной области цен величина $\beta(y, R(y))$ является монотонно убывающей функцией цены *y* .

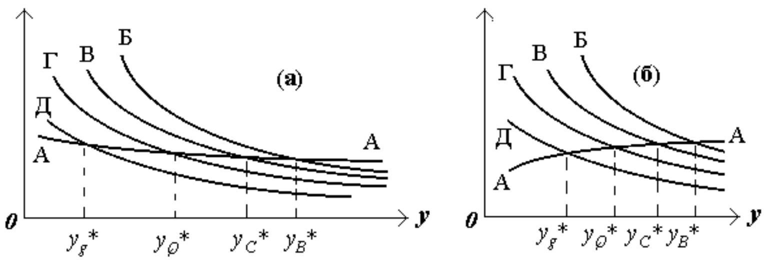


Рис. 1. Графическое решение уравнений (6) - (9).

Функция *α (y, R(y))* достигает максимума в точке y_a^*, являющейся единственным вещественным, положительным корнем уравнения $\frac{dR}{dy}+\beta(y,R(y))=0$. Вторая производная функции *α (y, R(y))* в экстремальной точке y_a^* может быть представлена так:

$$y=y_a^*:\quad \frac{d^2\alpha(y,R(y))}{dy^2}=\gamma(y,R(y))\frac{d}{dy}\{[\frac{dR}{dy}+\beta(y,R(y))]\}$$

.

Поскольку экстремальная цена y_a^* является точкой максимума, мы имеем в этой точке:

$$\frac{d^2\alpha(y,R(y))}{dy^2}<0\ \text{, или}\ \frac{d}{dy}(-\frac{dR}{dy})>\frac{d\beta(y,R(y))}{dy}\ .$$

Последнее неравенство свидетельствует, что в показанных на рис. 1 точках пересечения кривой-А с кривыми-Б, В, Г и Д данная кривая-А имеет больший тангенс угла наклона, чем та кривая, которую она пересекает. Таким образом, возможны лишь варианты, показанные на рис. 1а и 1б.

Из рис. 1 видно, что существует жёсткая иерархия рассматриваемых здесь оптимальных цен. Она имеет следующий вид (см. также (4.54)):

$$y_B^* \ > \ y_C^* > \ y_Q^* > \ y_g^* \ . \tag{10}$$

Таким образом, среди рассмотренных здесь четырёх оптимальных цен наибольшей является цена, максимизирующая заключительную прибыль. Следующей за ней является цена, максимизирующая рентабельность. Далее следует цена, максимизирующая темп текущей прибыли (в режиме поддержания на одном уровне количества товара в продаже). Наименьшей является цена, максимизирующая выручку в единицу времени.

Отметим, что полученный результат не зависит от детального вида реальной функции $R(y)$, если использовать, что мы и делали, лишь самые естественные требования к общему виду кривой спроса. Конкретный расчёт приведенных здесь оптимальных цен требует знания конкретного вида кривой спроса $R(y)$ или хотя бы её модели, удовлетворительной в области актуальных цен.

Пример П2.1

Вначале в качестве простейшей модели кривой спроса рассмотрим линейную зависимость такого вида (см.(2.1)):

$$R(y) = R_L\,(1 - y / y_L). \tag{11}$$

Это выражение имеет смысл при $x < y \le y_L$. В области $y > y_L$ полагаем $R(y) = 0$. Для выбранной здесь функции $R(y)$ условие прибыльности (5) всегда выполняется, если справедливо неравенство (см. (4.178))

$$R_L (y_L - x)^2 / 4y_L > L\ . \tag{12}$$

Подставляя модельную зависимость (11) в формулы (6) - (9), получаем:

$$y_B{}^* = y_L - \sqrt{y_L L / R_L}\ . \tag{13}$$

$$y_C{}^* = \frac{y_L\ \sqrt{1 + xR_L / L}}{\sqrt{1 + xR_L / L} + 1}. \tag{14}$$

$$y_Q{}^* = (1/2)\,(\,y_L + x\,)\ . \tag{15}$$

$$y_g^* = y_L\,/2\ . \tag{16}$$

Из выражений (15) и (16) легко видеть, что $y_Q^* > y_g^*$. С помощью явных форм (13) - (15) легко установить, что каждое из неравенств $y_B^* > y_C^*$ и $y_C^* > y_Q^*$ сводится к неравенству (12). Таким образом, вся цепь неравенств (10) справедлива.

Проведём численные расчёты. Будем считать, что располагаем такими даннными:

$$x / y_L = 0{,}1 \ \text{ и } \ L / y_L\,R_L = 0{,}15\ .$$

Легко убедиться, что при таких числах условие (12) выполняется. Тогда из формул (13) - (16) находим такие значения оптимальных цен:

$$y_B^* = 0{,}613\,y_L,\ y_C^* = 0{,}564\,y_L,\ \ y_Q^* = 0{,}55\,y_L,\ \ y_g^* = 0{,}50\,y_L\,.$$

Рассмотрим другой набор. При $x / y_L = 0{,}08$ и $L / y_L\,R_L = 0{,}1$ получаем:

$$y_B^* = 0{,}684\,y_L,\ y_C^* = 0{,}573\,y_L,\ \ y_Q^* = 0{,}54\,y_L,\ \ y_g^* = 0{,}50\,y_L\,.$$

Если $x / y_L = 0{,}1$ и $L / y_L\,R_L = 0{,}075$, тогда

$$y_B^* = 0{,}726\,y_L,\ y_C^* = 0{,}604\,y_L,\ \ y_Q^* = 0{,}55\,y_L,\ y_g^* = 0{,}50\,y_L\,.$$

Хорошо видно, что во всех случаях полученные численные значения оптимальных цен соответствуют порядку, указанному формулой (10).

Пример П2.2

Рассмотрим здесь другую модель кривой спроса - экспоненциальную. В этом случае зависимость темпа сбыта R от цены продажи y задаётся такой формой (см. (2.7)):

$$R(y) = R_v\,\exp\,(-\,y / v\,)\ . \tag{17}$$

Выполнение условия прибыльности в этом случае обеспечивается справедливостью неравенства (см. (4.121))

$$L < vR_v \exp\left(-1 - x/v\right) . \qquad (18)$$

Подставляя выражение (17) в формулы (6) - (9), находим соответствующие оптимальные цены для принятой модели:

$$y_B^* = v \ln (v R_v / L)\,;\; y_C^* = v\, Z(x R_v / L)\,;\; y_Q^* = x + v\;;\; y_g^* = v\,. \qquad (19)$$

Здесь $Z(x R_v / L)$ является вещественным положительным корнем уравнения

$$z = 1 + (x R_v / L) \exp(-z)\,. \qquad (20)$$

Используя выражения (18) - (20), можно показать, что величины цен (19) расположены в порядке, заданном неравенствами (10).

Проведём здесь численные расчёты при таких данных:

$R_v = 10^4 / дн.,\; v = 1\,\$,\; L = 1000\,\$ / дн.,\; x = 0{,}8\,\$$.

В этом случае получаем:

$y_B^* = 2{,}30\,\$\;;\; y_C^* = 2{,}04\,\$;\; y_Q^* = 1{,}80\,\$;\; y_g^* = 1{,}00\,\$.$

Как видим, и в этом случае величины оптимальных цен продажи отвечают иерархическому порядку (10).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бойко И.И.* Аналитический маркетинг (оптимизация деятельности фирмы на рынке на основе минимального маркетингового эксперимента). - К.: Серж, 2002.
2. *Бойко И.И., Козловский С.И.* Основы аналитического маркетинга. - К.: KM Academia, 1999.
3. *Бойко И.И.* Фирма и прибыль. - К.: Серж, 1992.
4. *Kotler Ph.* Marketing decision making: a model building approach. - NY: Holt, Rinehart and Wilson, 1971.
5. *Naylor T.H., Vernon J.M.* Microeconomics and decision models of the firm. - NY: Harcourt, Brace and World, Inc., 1974.
6. *Thompson A.A.* Economics of the firm. Theory and Practice. - NJ: Prentice-Hall, Inc., 1985.
7. *Davis H.T.* The theory of econometrics. - Bloomington, Indiana: Principia Pres. Inc., 1941.
8. *Baumol W.J.* Economic dynamics. An introduction. - NY: Mackmillan, 1970.
9. *Teichroew D.* Introduction to menagement science: deterministic models. - J.Wiley and Sons, 1964.
10. *Bierman H., Bonini C., Hausman W.* Quantative analysis business decisions. - Homewood, IL: R.D.Irwin, Inc., 1961.
11. *Kotler Ph.* Marketing management. - NJ: Prentice Hall, 2000.
12. *Ващенко Т.В.* Математика финансового менеджмента. - М.: Перспектива, 1996.
13. Mathematical models and methods in marketing. - Homewood, Illinois: R.D.Irwin Inc., 1961.
14. *Cohen K., Cyert R.* Theory of the firm: Resource allocation in a market economy. - NJ: Prentice Hall, 1975.
15. *Parsons L., Schultz R.* Marketing models and econometric research. - NY, Amsterdam: North-Holland Publ. Comp., 1976.

Учебное издание

Бойко Игор Иванович

МАРКЕТИНГОВЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

(МИНИМАЛЬНЫЙ МАРКЕТИНГОВЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ)

Учебное пособие

Редактор *Вдовиченко Валентина Николаевна*
Коректор *Асташева Мария Васильевна*
Компьютерная верстка *Полончук Николай Андреевич*
Дизайн обложки *Ястребов Андрей Александрович*

Подписано к печати 26.02.04.
Формат 84 x 108 1/32. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Гарнитура NewtonC.
Усл. листов - 15,15. Учебно-издат. листов - 14,6
Тираж - 1000 экз.
Заказ №

Издательство “Кондор”
Свидетельство ДК № 1157 от 17.12.2002 р.
03057, г.Киев, переул. Полевой, 6,
тел./факс (044) 456-60-82, 241-83-47