ГЛАВА ПЯТАЯ

ОПТИМИЗАЦИЯ РАСХОДОВ НА РЕКЛАМУ И НА УЛУЧШЕНИЕ ПРОДУКТА

Один из важнейших путей увеличения прибыли фирмы является правильная, последовательная и методичная деятельность по стимулированию сбыта. Одним из эффективнейших механизмов системы стимулирования сбыта является реклама. Известно, что во всём мире расходы на рекламу ежегодно увеличиваются и достигли громадных сумм. Уже в 1986 году расходы на рекламу в США превысили 100 миллиардов долларов, увеличившись за последний год сразу на 9 %. В последние годы в странах с открытой экономикой расходы на рекламу устойчиво составляют 3 ÷ 4 % от выручки, получаемой при продаже. Следовательно, речь идёт о гигантских суммах, ассигнуемых во всём мире на рекламу.

Мы не будем здесь касаться содержания рекламы, а будем интересоваться одним лишь вопросом оптимизации соответствующих расходов. Доходность любого коммерческого предприятия во многом определяется правильно ведущейся рекламной деятельностью и умением наилучшим образом тратить средства на эту деятельность. Совершенно понятно, что слишком малые расходы ведут к несущественному эффекту. Неприемлемы для фирм также и слишком большие расходы на рекламу. Следовательно, обязательно существует некоторая «золотая середина», найти которую и надлежит.

К росту сбыта, точно также, как и обычные рекламные расходы, ведут целенаправленные инвестиции, назначение которых состоит в том, чтобы улучшить качество товара, привлекательность его, эффектно обустроить пункты сбыта. Уже давно замечено, что хороший дизайн сам по себе является хорошей рекламой. То же самое можно сказать о расширенных функциональных возможностях продукта.

В дальнейшем, простоты ради, будем называть в этой главе все расходы, направленные непосредственно на увеличение сбыта, расходами на рекламу в независимости от формы их реального воплощения.

Среди возможных расходов на рекламу можно выделить три основных варианта:

1). Единовременный расход на рекламу. Будем обозначать его символом A и вносить дополнительным слагаемым (конечно, со знаком «минус») в выражения для прибыли. При этом размерность его $[A] = \$$.

2). Непрерывный, текущий расход на рекламу. Обозначаем его символом K и вносим в виде дополнительного слагаемого с соответствующим знаком в темп прибыли Q. Размерность этого расхода: $[K] = \$ / дн.$

3) Расход, выражающийся в увеличении себестоимости единицы товара. Обозначаем его символом a (эта величина, как и другие цены, измеряется нами в долларах). При этом результирующая себестоимость принимает вид

$$x_a = x + a\,. \tag{5.1}$$

В результате удачно произведенного расхода на рекламу увеличивается темп сбыта. В этом, собственно говоря, и состоит основное предназначение рекламы. Таким образом, вполне естественно рассматривать темп сбыта как некоторую функцию расхода на рекламу. Реальная возможность работать с этой функцией (заранее неизвестной!) появляется лишь после того, как мы сумеем составить её подходящую модель. Отдавая предпочтение простым моделям, мы промоделируем зависимость темпа сбыта от расхода на рекламу самыми простыми связями. Эти связи обязательно содержат параметры, определяющие мощность связи. Таким образом, в рассмотрение вводятся новые рыночные параметры (рекламные параметры).

Рекламные параметры, как и другие ранее рассмотренные рыночные параметры, могут относиться и к i-типу и к p-типу. То есть они могут характеризовать связанное с определённой рекламой общее увеличение интереса к некоторому товару, а могут показывать, насколько данная реклама расширяет ценовую область, убеждая потенциального покупателя, что товар является высококачественным и потому вполне заслуживает той цены, по которой его предлагают потребителю.

Ниже мы будем использовать в основном однопараметрические (реже двупараметрические) рекламные модели для функций $R(A)$, $R(K)$ и $R(a)$, описывающих зависимость темпа сбыта от расхода на рекламу.

5.1. ЕДИНОВРЕМЕННЫЙ РАСХОД НА РЕКЛАМУ

5.1.1. Рекламный рыночный параметр

Будем считать, что с целью увеличения сбыта фирма произвела некоторый единовременный расход на рекламу A (например, заказала рекламный ролик и продемонстрировала его определённое число раз посредством телевидения). При небольших расходах на рекламу связь темпа сбыта R_A и расхода A может быть задана простой линейной формой (см. рис. 5.1)

$$R(A) \equiv R_A = R\,(1 + A / A_L)\,. \tag{5.2}$$

Здесь $R \equiv R_{A=0} \equiv R(A=0)$ - темп сбыта при отсутствии расхода на рекламу, величина A_L является новым рыночным параметром (i-типа), имеющим ту же размерность, что и расход A. Этот рекламный параметр имеет простой смысл. Величина его характеризует склонность (*propensity*) покупателя к данной рекламе, благодарный отклик на неё. Разумеется, величина параметра A_L зависит от формы и содержания рекламы, но мы этим вопросом здесь не занимаемся. Чем меньше параметр A_L, тем больше при заданном рекламном расходе отношение A / A_L, и тем больше склонность покупателей к рекламе. Из формулы (5.2) следует такое соотношение:

$$R\,(A = A_L) = 2\,R(A = 0)\,.$$

Отсюда видно, что параметр A_L численно равен такому расходу на рекламу, при котором первоначальный темп сбыта удваивается.

В области малых расходов на рекламу закон (5.2) всегда хорошо работает. Но заранее нельзя сказать, какова ширина этой области, в которой расходы можно считать настолько малыми, что данный линейный закон практически не нарушается. Это может быть установлено только путём эксперимента. Ниже мы уточним понятие «небольшой расход на рекламу».

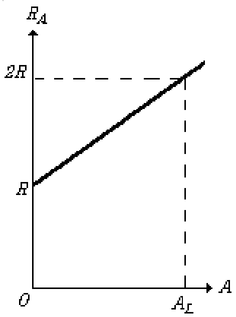


Рис. 5.1.

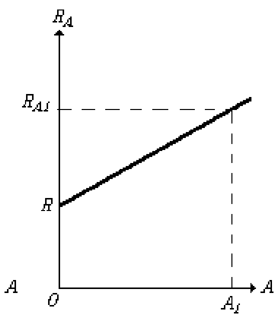


Рис. 5.2.

Численная величина параметра A_L может быть найдена одним лишь экспериментальным путём. Естественно, эксперимент должен ставиться как минимум при двух значениях расхода на одну и ту же рекламу (к тому же при условии *ceteris paribus*). Например, в ходе пробного маркетинга при неизменной цене сбыта y темп сбыта измеряется дважды: в отсутствие расхода A и при некотором небольшом расходе A_1 (см. рис. 5.2). Результаты измерения подставляются в расчётную формулу

$$A_L = A_1 R / [R(A_1) - R]. \tag{5.3}$$

Здесь $R(A_1)$ - темп сбыта при расходе на рекламу, равном A_1. Цену продажи y пока считаем фиксированной.

Пример 5.1

Пусть в отсутствие рекламы темп сбыта некоторого товара составлял $R = 100 / дн.$, а после единовременного расхода $A_1 = 1000\ \$$ он поднялся до уровня $R(A_1) = 120 / дн.$ Тогда расчёт по формуле (5.3) даёт такое значение рекламного параметра: $A_L = 5000\ \$$. Этот результат означает, что при рекламном расходе $A = 5000\ \$$ темп сбыта увеличился бы вдвое и достиг бы значения $200 / дн.$

Результат последнего примера был получен при предположении, что линейный закон (5.2) остаётся справедливым даже в области рекламного расхода в несколько тысяч долларов. Но такое допущение может оказаться ошибочным, потому что на практике при значительном увеличении расхода на рекламу

линейный закон (5.2) обычно нарушается и темп сбыта выходит на насыщение, на некоторый уровень R_s. Качественно общая картина изменения темпа сбыта с ростом рекламного расхода показана ниже на рис. 5.3. Здесь величина A^* является мерой расхода, при котором по мере увеличения расхода на рекламу рост темпа сбыта практически прекращается (о способе экспериментально измерить величину A^* см. ниже в конце раздела 5.2).

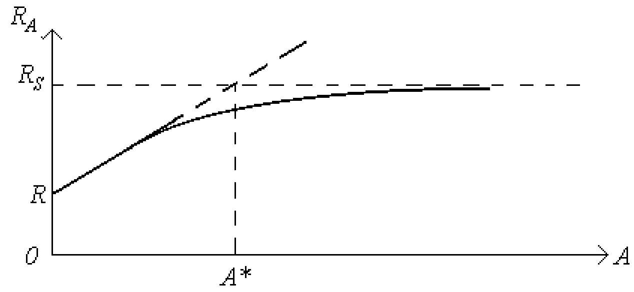


Рис. 5.3.

Теперь мы можем определить понятие «малый расход». Расход на рекламу можно считать малым, что позволяет использовать линейную форму (5.2), если достаточно хорошо выполнено неравенство $A < A^*$.

5.1.2. Оптимизация сбыта ограниченной партии товара

При отсутствии рекламного расхода (то есть при $A = 0$) заключительная прибыль после реализации партии товара в N_0 единиц задаётся формулой (см. формулу (4.11))

$$B(t_0) = N_0[\, y - x - L / R\,]. \tag{5.4}$$

При учёте расхода $A \neq 0$ получаем:

$$B_A(t_0{}^A) = N_0[\, y - x - L / R_A\,] - A. \tag{5.5}$$

Время полного сбыта даётся выражением (см. формулу (4.2))

$$t_0{}^A = N_0 / R_A. \tag{5.6}$$

Фактический темп прибыли $Q_f^{\,A}$ по аналогии с выражением (4.12) теперь задаётся таким выражением:

$$Q_f^{\,A} = B_A(t_0^{\,A}) / t_0^{\,A} . \tag{5.7}$$

Запишем теперь выигрыш в заключительной прибыли и среднем темпе прибыли, полученный в результате рекламного расхода A :

$$\Delta B_A = B_A(t_0^{\,A}) - B(t_0) ; \tag{5.8}$$

$$\Delta Q_f^{\,A} = Q_f^{\,A} - Q_f \; . \tag{5.9}$$

Введём две новые величины, имеющие смысл рентабельности рекламы. Определим их для данного случая так:

$$C_B(A) = \Delta B_A / A \; . \tag{5.10}$$

$$C_Q(A) = \Delta Q_f^{\,A} / A \; . \tag{5.11}$$

Для придания приведенным выражениям конкретного смысла воспользуемся моделью (5.2). Тогда

$$\Delta B_A = A\left(\frac{\alpha}{1 + A/A_L} - 1\right); \tag{5.12}$$

$$\Delta Q_f^A = (y - x)R\frac{A}{A_L}\left(1 - \frac{1 + A/A_L}{\beta}\right) ; \tag{5.13}$$

$$C_B(A) = \frac{\alpha}{1 + A/A_L} - 1; \tag{5.14}$$

$$C_Q(A) = (y - x)\frac{R}{A_L}\left(1 - \frac{1 + A/A_L}{\beta}\right). \tag{5.15}$$

Здесь

$$\alpha = L N_0 / R A_L \; ; \;\; \beta = N_0 (y - x) / A_L . \tag{5.16}$$

Из формулы (5.12) видно, что рекламный расход приносит положительный эффект при выполнении условия

$$\alpha > 1 . \tag{5.17}$$

В дальнейшем будем рассматривать тот случай, когда это условие выполнено.

Достаточное условие прибыльности предприятия при отсутствии рекламы (см. выражение (4.9)) в принятых здесь обозначениях можно записать так:

$$b > a \tag{5.18}$$

На рис. 5.4 - 5.7 представлены графики зависимостей (5.12) - (5.15). Из этих рисунков видно, что выигрыши в прибыли и фактическом темпе прибыли достигают максимума при некотором промежуточном значении рекламного расхода A. При этом оптимальными для величин ΔB_A и $\Delta Q_{ср.}^{\,A}$ оказываются разные значения этого расхода. В силу условий (5.17) и (5.18) видим, что

$$(\beta - 1) / 2 > \alpha^{1/2} - 1 ,$$

то есть оптимальный рекламный расход для фактического темпа прибыли выше, чем для заключительной прибыли.

Оба показателя рентабельности, C_B и C_Q, как это видно из рисунков 5.6 и 5.7, монотонно убывают по мере роста расхода A.

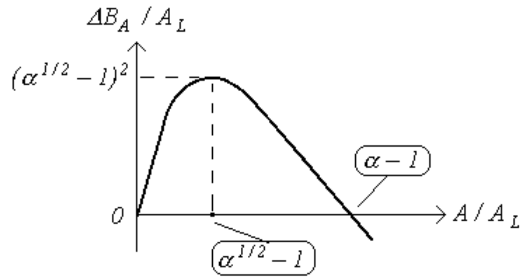


Рис. 5.4.

Пример 5.2

Пусть $N_0 = 10\,000$, $L = 200$ \$/дн., $A_L = 2000$ \$, $y - x = 5$ \$ и в отсутствие рекламы $R = 200$ / дн. При этих числах из формул (6.16) получаем: $a = 5$; $b = 25$. В отсутствие рекламного расхода время полной распродажи (см. (4.2)) равно 50 дней.

Обращаясь к рис. 5.4, видим, что наибольшая прибыль от рекламного расхода достигается при расходе $A = 2472\ \$$. При этом выигрыш в заключительной прибыли составляет $3056\ \$$, а время полной распродажи $t_0^{\,A}$ (см. (5.6)) равно 22,4 дня. Рекламный расход, превышающий $8000\ \$$, ведёт к убытку.

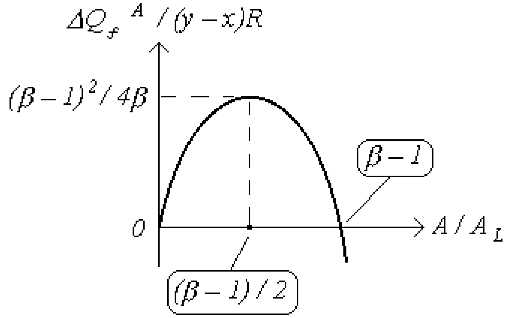
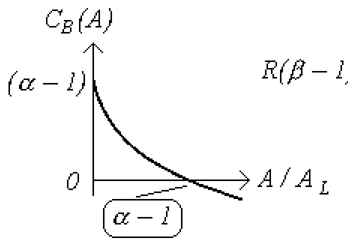


Рис. 5.5.



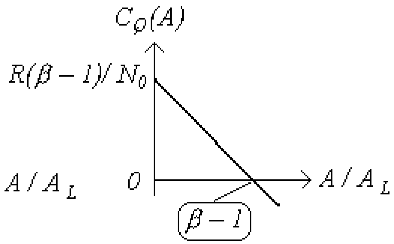


Рис. 5.6. *Рис. 5.7.*

Из рис. 5.5 видно, что наибольший средний темп прибыли достигается при рекламном расходе $A = 24000\ \$$. Заметим, что эта сумма в соответствии с полученным выше результатом $8000\ \$$ приводит к убытку. Таким образом, при указанных исходных численных данных нет смысла максимизировать средний темп прибыли. Формально при полученном здесь оптимальном расходе время полной реализации товара сократилось бы до 2-х дней.

Рассмотрим показатели рентабельности. Используя выражения (5.8) - (5.11), получаем: $C_B(0) = 4$, $C_Q(0) = 0{,}48/\,дн.$ Это означает, что при бесконечно малом рекламном расходе каждый доллар, вложенный в рекламу, увеличивает на 4 доллара заключительную прибыль и на $0{,}48\ \$/\,дн$ средний темп прибыли.

По мере увеличения расхода рентабельность каждого вложенного в рекламу доллара монотонно убывает и в конце концов проходит через нуль. Отметим: $C_B(A = 8000\ \$) = 0$, $C_Q(A = 48000\ \$) = 0$.

Рассмотрим здесь ещё один вариант управления заключительной прибылью путём единовременного расхода A, влекущего за собой уменьшение темпа текущих расходов L. Например, построив собственный магазин, фирма уменьшает текущие расходы, частично направленные на аренду торговых площадей.

Пусть темп текущих расходов зависит от величины расхода A линейно:

$$L(A) = L_0(1 - A / A_l). \tag{5.19}$$

Тогда вместо выражения (5.5) запишем заключительную прибыль так:

$$\begin{aligned} B_A(t_0) &= N_0[\,y - x - L(A) / R\,] - A = \\ &= N_0[\,y - x - L_0(1 - A / A_l) / R\,] - A. \end{aligned} \tag{5.20}$$

Разумеется, наше рассмотрение ограничено условием: $A < A_l$. Из приведенного выражения следует, что

$$\Delta B_A = B_A(t_0^{\,A}) - B(t_0) = (N_0 L_0 / R A_l - 1)A. \tag{5.21}$$

Отсюда видно, что данная акция является прибыльной при выполнении неравенства

$$N_0 L_0 > R A_l. \tag{5.22}$$

5.1.3. Время окупаемости расхода на рекламу

Когда предприниматель принимает решение произвести единовременный расход на рекламу A, он должен хорошо представлять себе, за какое время окупится этот расход. Ведь каждый рекламодатель прекрасно понимает, что спустя некоторое время эффект единовременного рекламного расхода будет в значительной мере исчерпан. К этому времени данный расход должен быть с избытком компенсирован поступлениями, связанными с увеличением сбыта товара.

Для того, чтобы узнать время окупаемости рекламы, необходимо посредством специально поставленного минимального маркетингового эксперимента найти величину параметра A_L (этот эксперимент описан выше) и провести некоторые расчёты.

Запишем вначале темп текущей прибыли в отсутствие расхода на рекламу (см. формулу (4.175)):

$$Q(y) = (y - x)\, R(y) - L\,. \tag{5.23}$$

При рекламном расходе A темп прибыли запишется так:

$$Q_A(y) = (y - x)\, R_A(y) - L\,. \tag{5.24}$$

Будем считать, что мы работаем в области рекламных расходов, где применима линейная форма (5.2). Тогда выражение для темпа прибыли (5.24) принимает такой вид:

$$Q_A(y) = (y - x)\, R(y)\, (1 + A\,/\,A_L) - L\,. \tag{5.25}$$

Проследим теперь изменение прибыли во времени. Будем считать, что в момент времени $t = 0$ был произведен некоторый рекламный расход A. В отсутствие его текущая прибыль B изменялась бы во времени по закону

$$B(t) = B(0) + Q\, t\,. \tag{5.26}$$

При расходе A прибыль изменяется таким образом:

$$B_A(t) = B(0) - A + Q_A\, t\,. \tag{5.27}$$

Из этой формулы видно, что расход на рекламу A компенсируется увеличением темпа прибыли (поскольку $Q_A > Q$). Вопрос заключается в том, достаточной ли окажется эта компенсация и когда она произойдёт.

Обратимся к рис. 5.8. На нём изображён временной ход прибыли, соответствующий формулам (5.26) и (5.27). Ввиду различия темпов прибыли при отсутствии рекламы и при наличии её наклон двух графиков неодинаков. Из рисунка видно, что в некоторый момент времени t_A два графика прибыли пересекаются. В этот момент первоначальный

рекламный расход A окупается за счёт увеличения темпа сбыта. После этого момента реклама приносит дополнительную фактическую прибыль.

Согласно рисунку момент времени t_A определяется условием

$$B(t_A) = B_A(t_A)\,. \tag{5.28}$$

Подставляя сюда выражения (5.26) и (5.27), находим:

$$t_A = A\,/\,(Q_A - Q)\,.$$

Используя формулы (5.23) и (5.25), приходим к такому результату:

$$t_A = A_L\,/\,R(y - x)\,. \tag{5.29}$$

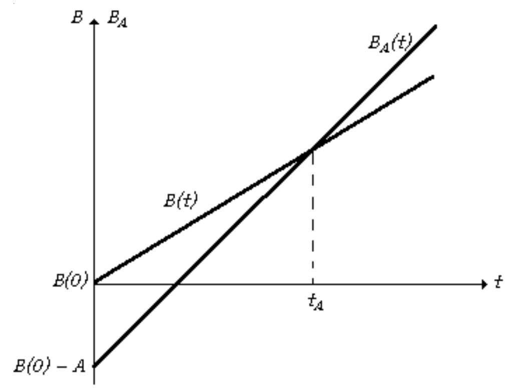


Рис. 5.8.

Как видим, время окупаемости рекламного расхода пропорционально параметру склонности и, что любопытно, не зависит от величины самого расхода (см. рис. 5.9). Но этот результат справедлив лишь при таких расходах, когда ещё выполняется линейный закон (5.2).

Пример 5.3

Рассчитаем время окупаемости при таких данных:

$$R = 40\,/\,дн.\,,\quad y - x = 6\,\$\,,\quad A_L = 2400\,\$\,.$$

Подставляя эти числа в формулу (5.29), получаем: $t_A = 10\,дн.$

Если единовременный расход A является расходом не на улучшение дизайна, а лишь на информацию покупателей, следует принять во внимание неизбежный эффект забывания. Он выражается в том, что в силу забывания информации рекламный параметр A_L во времени обязательно возрастает, в результате чего спустя некоторое время влияние одномоментной рекламы на темп сбыта практически исчезает. Действительно, согласно формуле (5.2) при $A_L \to \infty$ получаем: $R_A \to R$.

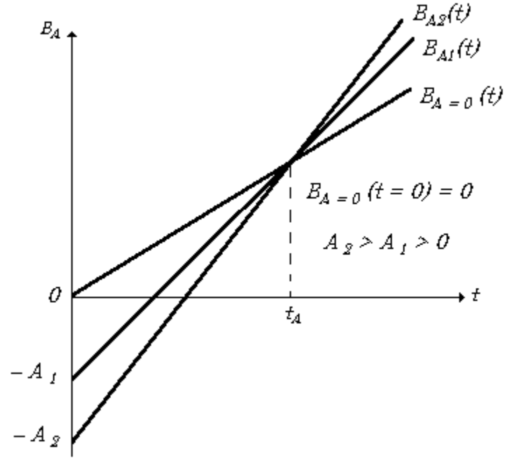


Рис. 5.9.

Промоделируем эффект забывания рекламы такой функциональной зависимостью:

$$A_L(t) = A_L{}^0 \exp(t/T_m)\,. \qquad (5.30)$$

Как видим, рекламный рыночный параметр A_L в принятой схеме рассмотрения перестал быть параметром, а превратился в функцию двух новых параметров: $A_L{}^0$ и T_m. Первый из них отображает склонность потенциальных покупателей к данной рекламе непосредственно после выхода её в свет. Параметр T_m является характерным временем забывания. Чем меньше эта величина, тем быстрее забывается реклама и уменьшается эффект, связанный с нею. При $T_m \to \infty$ эффект забывания отсутствует: $A_L(t) = A_L{}^0$. Из формулы (5.30) следует, что на отрезке

текущего времени *t*, равном характерному времени T_m, рекламный параметр A_L возрастает в e раз. Здесь $e = 2,731828...$ - основание натурального логарифма. На рис. 5.10 показано изменение темпа сбыта во времени, задаваемое формулами (5.2) и (5.30). При этом

$$R_A(0) = R\,(\,1 + A/A_L{}^0)\,, \qquad A_L{}^0 = A_L(t{=}0)\,.$$

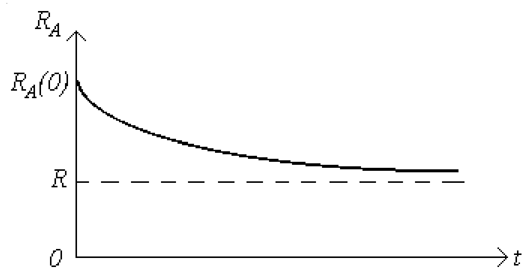


Рис. 5.10.

Время T_m можно измерить в ходе пробного сбыта, используя экспериментальную кривую $R_A(t)$. Для этого необходимо в выбранный момент времени $t = 0$ располагать заранее измеренными величинами R и A_L (последняя при этом даёт величину $A_L{}^0$). Необходимо также измерить значение темпа сбыта $R_A(t_1)$ в некоторый момент времени t_1. Тогда характерное время забывания рассчитывается по следующей формуле:

$$T_m = t_1/\ln\{AR/A_L{}^0\,[R_A(t_1) - R]\}\,, \qquad (5.31)$$

или

$$T_m = \frac{t_1}{\ln\left[\dfrac{R_A(t=0)-R}{R_A(t=t_1)-R}\right]}\,. \qquad (5.32)$$

Пример 5.4

Рассчитаем время забывания при таких данных:

$$R = 40/\text{дн.},\ A_L{}^0 = 2000\,\$,\ A = 1000\,\$,$$
$$t_1 = 15\ \text{дн.},\ R_A(t_1) = 50/\text{дн.}$$

Подставляя эти числа в формулу (5.31), находим: $T_m = 21{,}64$ *дн.*

Пример 5.5

Рассчитаем время забывания при таких данных:

$$R = 1000\,/\,дн.,\ t_1 = 30\,дн.\ ,\ R_A(t=0) = 1200\,/\,дн.,$$
$$R_A(t=30\ дн.) = 1100\,/\,дн.$$

Подставляя эти числа в формулу (5.32), находим: $T_m = 43{,}28\,дн.$

В литературе приводится другая, простая возможность оценить время T_m без специально поставленного эксперимента. Правда, оценка эта является очень грубой и, самое главное, неспецифичной. Многократные исследования эффекта забывания показывают, что в среднем 25% потенциальных покупателей забывают одноразовую рекламу уже за первые 7 дней. Используя эти данные, получаем такую оценку:

$$T_m = 7\,дн./\ln(4/3) = 24{,}3\,дн. \qquad (5.33)$$

Эта величина близка к величине, полученной в Примере 5.4, хотя это совпадение можно признать случайностью. Следует, конечно, учитывать, что в каждом отдельном случае время забывания чрезвычайно сильно зависит от содержания и мастерства исполнения рекламы (некоторые удачные рекламные ролики запоминаются на многие годы!). Очевидно, что приведенное универсальное среднее времени забывания $T_m = 24{,}3\,дн.$ может быть весьма далёким от характерного времени забывания в отдельном конкретном случае. Поэтому собственная оценка эффекта забывания при всей её сложности остаётся желательной.

Исследование, проведенное на основании записанных выше формул, показывает, что окупаемость рекламного расхода при учёте эффекта забывания возможна лишь при условии, что характерное время забывания достаточно велико и превышает некоторое предельное время. Это условие имеет вид неравенства

$$T_m > T_A\ , \qquad (5.34)$$

где предельное время

$$T_A = A_L^0/R(y - x)\ . \qquad (5.35)$$

Если условие (5.34) не выполняется, первоначальный расход на рекламу оказывается нескомпенсированным, то есть рекламная акция привела к итоговому убытку.

Если неравенство (5.34) удовлетворяется, время окупаемости первоначального единовременного расхода рассчитывается по такой формуле:

$$t_A = T_m \ln[\,T_m/(T_m - T_A)\,]\ . \qquad (5.36)$$

В том случае, когда $T_m \to T_A$, время окупаемости стремится к бесконечности; при $T_m \to \infty$ время окупаемости t_A стремится к величине T_A (сравните формулы (5.30) и (5.35)).

Пример 5.6

Рассчитаем время окупаемости единовременного рекламного расхода при таких данных:

$$R = 20\,/\,дн.\ ,\quad A_L^0 = 2000\,\$\ ,\quad y - x = 5\,\$\ .$$

В этом случае расчёт по формуле (5.35) даёт $T_A = 20\,дн.$ Следовательно, при характерном времени забывания, меньшем двадцати дней, окупить начальный расход невозможно.

Здесь в Таблице - 5.1 приведены результаты расчёта времени окупаемости t_A при различных значениях времени забывания T_m (все величины в таблице даны в днях). Из приведенной таблицы хорошо видно, что по мере увеличения времени забывания время окупаемости явно приближается к величине T_A, равной в данном случае двадцати дням.

ТАБЛИЦА - 5.1

T_m	t_A
30	32,96
40	27,72
50	25,81
100	22,31

5.2. НЕПРЕРЫВНЫЙ РАСХОД НА РЕКЛАМУ

Рассмотрим теперь случай, когда расходы на рекламу носят непрерывный характер и темп этих расходов K постоянен во времени. Типичная зависимость темпа сбыта от темпа расходов на рекламу (в широкой области расходов) показана на рис. 5.11. Здесь видно, что при малом темпе расхода ($K << K^*$) темп сбыта линейно зависит от этого расхода. При большом темпе расхода рост темпа сбыта замедляется и проявляется тенденция к насыщению. На приведенном рисунке расход K^* условно отделяет область линейного (или почти линейного) роста темпа сбыта от области, где темп сбыта практически не зависит от темпа рекламных расходов.

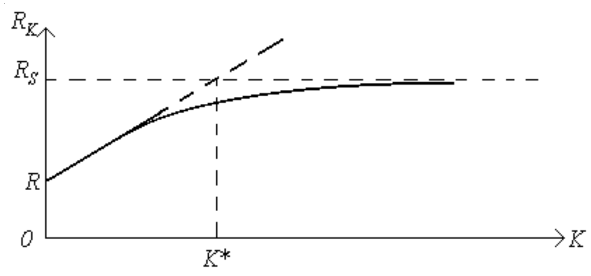


Рис. 5.11.

В области линейного роста зависимость темпа сбыта от расхода представляем такой формой:

$$R(y\,,K)\ \epsilon\ R_K(y) = R(y)\,(1 + K\,/\,K_L\,)\,. \qquad (5.37)$$

Она содержит некоторую величину K_L (новый рыночный параметр), имеющую ту же размерность, что и расход K. Этот параметр отражает склонность покупателей к данной рекламе и находится экспериментальным путём. Чем выше склонность покупателей к данной рекламе, тем меньше численное значение этого параметра.

Согласно формуле (4.165) темп прибыли в отсутствие текущего расхода на рекламу задаётся выражением

$$Q = Q(K = 0) = (y - x)\ R - L\,. \qquad (5.38)$$

При учёте непрерывного расхода на рекламу и при использовании формулы (5.17) темп прибыли запишется так:

$$Q_K = (y - x)\ R\,(1 + K\,/\,K_L) - L - K\,. \qquad (5.39)$$

Соберём отдельно члены, линейные по K:

$$Q_K = Q + [\,(y - x)\ R\,/\,K_L - 1\,]\ K\,. \qquad (5.40)$$

Из последнего выражения видно, что реклама оправдывает себя (увеличивает темп прибыли) только при выполнении неравенства

$$K_L < (y - x)\ R\ . \qquad (5.41)$$

Таким образом, рекламный расход приводит к положительному результату, если рекламный параметр K_L меньше темпа дохода в отсутствие рекламы (см. формулу (5.41)). Последнее неравенство следует рассматривать как необходимое и достаточное условие прибыльности рекламной акции.

Если реклама удалась, параметр K_L достаточно мал и темп сбыта быстро возрастает. При неудачной рекламе параметр K_L оказывается велик и требуются большие расходы на рекламу для того, чтобы заметно увеличить темп сбыта. Следует учитывать, что при непрерывной подаче одной и той же не изменяющейся рекламы отклик покупателей на неё не остаётся неизменным. Он всегда испытывает эволюцию во времени и проходит через три основные стадии. На первой стадии (см. рис. 5.12) происходит постепенное нарастание любопытства, внимания, а в итоге склонности к данной рекламе. Здесь величина рекламного параметра K_L монотонно убывает во времени. На втором этапе ситуация стабилизируется, и параметр K_L во времени практически не изменяется. Третья стадия характеризуется падением интереса к рекламе и даже возникновением внутреннего протеста (иногда даже неосознанного) против надоевшей рекламы. В этой области (стадия 3 на рис. 5.12) склонность к данной рекламе неуклонно уменьшается и параметр K_L нарастает во времени.

5.2.1. Стационарный эффект рекламы

Здесь рассматривается случай, когда параметр K_L, отражающий отклик покупателей на рекламу, не изменяется во времени (вторая стадия жизни рекламы).

Экспериментальные действия, служащие цели нахождения величины параметра K_L, достаточно просты. Нужно дважды измерить темпы сбыта. Один раз в отсутствие рекламного расхода ($K=0$), другой раз при небольшом темпе расхода $K=K_1\neq 0$ (см. рис. 5.13).

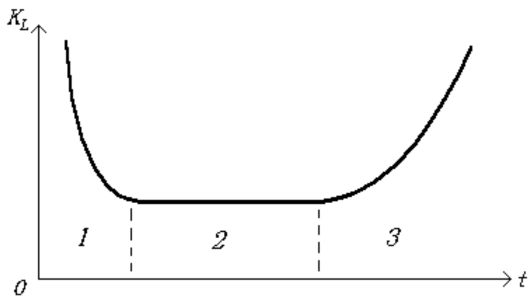


Рис. 5.12.

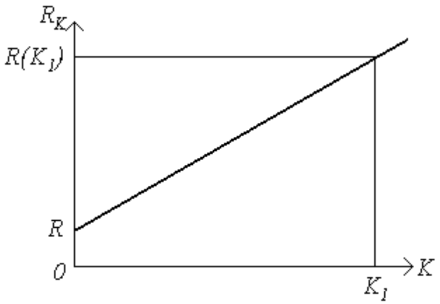


Рис. 5.13.

После проведения указанных измерений параметр K_L рассчитывается по формуле

$$K_L = R\,K_1 / [R(K_1) - R\,]\,. \qquad (5.42)$$

Здесь и ниже $R \equiv R(K=0)$.

Пример 5.7

Будем считать, что в ходе эксперимента получены такие данные:

при $K=0$ $\quad R = 120/\,дн.\,;$
при $K=60\,\$/\,дн.$ $\quad R_K = 145/\,дн.$

Подставив эти числа в формулу (5.42), находим рекламный рыночный параметр:

$$K_L = 288\,\$/\,дн.$$

Пример 5.8

Рассмотрим сбыт, идущий при $y - x = 10\,\$$ в темпе $R=80/\,дн.$ Согласно формуле (5.41) реклама оправдает себя, если отклик покупателей на неё, отражающийся в величине рекламного рыночного параметра, окажется достаточно велик, а именно:

$$K_L < 800\,\$/\,дн.$$

Если условие (5.41) выполнено и модель (5.37) хорошо работает, темп прибыли, согласно формуле (5.40), линейно растёт с ростом текущего расхода на рекламу. Однако, такой вывод становится несправедливым в той области расходов, где нарушается линейный закон (5.37). При больших рекламных расходах следует принимать во внимание нелинейную связь R и K (см. рис. 5.11). Специальное исследование показывает, что оптимальный расход на рекламу близок к величине K^*, отмеченной на том же рисунке.

Для того, чтобы экспериментально найти оптимальный темп расхода K^*, необходимо измерить темп прибыли при отсутствии текущего расхода на рекламу и ещё при двух различных темпах рекламного расхода K_1 и K_2 (всего три измерения) . Такое количество экспериментов связано с тем, что для нахождения расхода K^* приходится обратиться к двупараметрической модели, дающей связь R и K. На рис. 5.14 показаны три экспериментальные точки. Нужно убедиться, что расход K_2 выбран настолько большим, что все три точки не лежат на одной прямой.

Примечание. Можно считать, что три точки на рис. 5.13 с достаточной точностью лежат на одной прямой, если приближённо выполнено условие:

$$[\,R(K_1) - R]\,/K_1 = [\,R(K_2) - R]\,/K_2\,.$$

Используя экспериментальные данные, рассчитываем оптимальный темп рекламных расходов по такой формуле:

$$K^* = F_1 / F_2\,. \qquad (5.43)$$

Здесь

$$F_1 = K_1 K_2 [R(K_2) - R(K_1)] ,$$

$$F_2 = K_2 [R(K_1) - R] - K_1 [R(K_2) - R] .$$

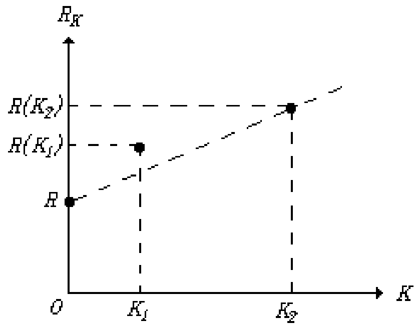


Рис. 5.14.

При оптимальном темпе расхода темп сбыта $R(K^*)$ рассчитывается по формуле

$$R(K^*) = F_3 / F_4 , \qquad (5.44)$$

где

$$F_3 = K_2 [R(K_1) - R] [R(K_2) + R] - K_1 [R(K_2) - R] [R(K_1) + R] ,$$

$$F_4 = 2 \{ K_2 [R(K_1) - R] - K_1 [R(K_2) - R] \} .$$

Предельный темп сбыта:

$$R_s = F_5 / F_6 , \qquad (5.45)$$

где

$$F_5 = K_2 R(K_2) [R(K_1) - R] - K_1 R(K_1) [R(K_2) - R] ,$$

$$F_6 = K_2 [R(K_1) - R] - K_1 [R(K_2) - R] .$$

Пример 5.9

Рассмотрим такой набор экспериментальных данных:

$K = 0$, $R = 30 / дн.$,
$K_1 = 50\ \$ / дн.$, $R(K_1) = 36 / дн.$,
$K_2 = 100\ \$ / дн.$, $R(K_2) = 40 / дн.$

Выше, во второй главе, уже шла речь о том, что рекомендованная стандартной эконометрикой обработка экспериментальных данных в рамках методики линейной регрессии может оказаться недостаточной для решения оптимизационных задач. Рассмотрим этот вопрос применительно к данным этого примера.

Обрабатывая приведенные данные по формулам (3.19) и (3.20), получаем такую линейную зависимость:

$$R(K) = 30{,}33 + 0{,}1\, K .$$

Коэффициент корреляции, рассчитанный по формулам (3.22) или (3.25), выглядит здесь вполне обнадёживающим: $r^2 = 0{,}975$.

Что же нас в данном случае смущает? В первую очередь - невозможность на основании проведенного расчёта указать оптимальный расход на рекламу. Допустим, например, что предприятие в состоянии обеспечить темп непрерывного выпуска продукции $G \approx 100/дн.$ Согласно приведенной выше регрессионной формуле, эта продукция может быть целиком сбыта на рынке при таком темпе расходов на рекламу: $K \approx 700\ \$/дн.$ Но так ли это? Ведь при этих расчётах не принята во внимание истинная форма зависимости $R(K)$ (см. рис. 5.11).

Проведём теперь расчёт с помощью формул (5.43) и (5.44). Подставляя в них экспериментальные данные, получаем оптимальный рекламный расход и соответствующий ему темп сбыта:

$$K^* = 200\ \$ / дн. , \qquad R(K^*) = 45 / дн.$$

Наибольший возможный темп сбыта (он рассчитывается по формуле (5.45)):

$$R_s = 60 / дн.$$

Отсюда следует, что предприятию не имеет смысла выходить даже на мощность производства $G \approx 60 / дн.$ Укажем также, что по формуле линейной регрессии мы бы получили завышенную оценку ожидаемого сбыта:

$$R(200\ \$ / дн.) \approx 50 / дн.$$

А при $K = 250\ \$ / дн.$ мы бы получили по формулам линейной регрессии такое значение: $R(250\ \$ / дн.) \approx 65 / дн.$ Даже это значение превышает предельную величину $R_s = 60 / дн.$, и оно не может быть достигнуто при сформулированных выше условиях.

В заключение напомним, что выше, на рис. 5.3, мы ввели величину A^*, играющую в случае единовременного рекламного расхода ту же дискриминирующую роль, что и величина K^* в случае непрерывного рекламного расхода. Экспериментально величина A^* измеряется точно таким же образом, как и величина K^*. Обработка данных эксперимента ведётся по формулам (5.43), (5.44) и (5.45) с заменой входящих в них величин K_1, K_2, K^*, $R(K^*)$ на величины A_1, A_2, A^*, $R(A^*)$, соответственно.

5.2.2. Нарастание интереса к рекламе

Нарастание интереса покупателей к рекламе выражается в монотонном уменьшении, по мере хода времени, величины K_L, входящей в выражение (5.37). Будем считать, что непрерывная реклама запущена в момент времени $t = 0$. Опишем просыпающийся интерес к ней и соответствующее уменьшение величины K_L с помощью следующей модели:

$$K_L(t) = K_L(\infty)\,(1 + T_k / t)\,. \qquad (5.46)$$

Смысл входящих в это выражение двух рекламных рыночных параметров $K_L(\infty)$ и T_k становится совершенно очевидным из рис. 5.15. Из этого рисунка, в частности, видно, что параметр T_k - это время, за которое величина $K_L(t)$ выходит на уровень, вдвое превышающий предельное значение $K_L(\infty)$.

Темп сбыта $R_K(t)$ по мере уменьшения величины K_L монотонно нарастает во времени так, как показано на рис. 5.16. Здесь

$$R_K(\infty) = R\,[\,1 + K / K_L(\infty)\,]\,. \qquad (5.47)$$

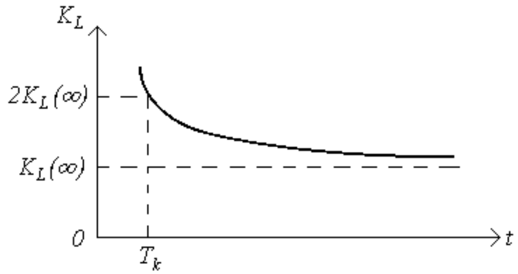


Рис. 5.15.

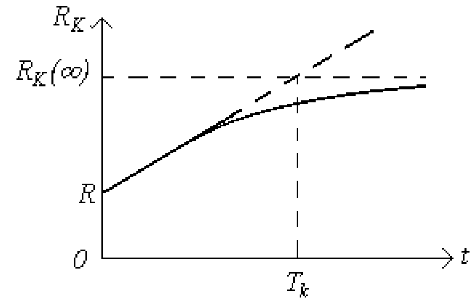


Рис. 5.16.

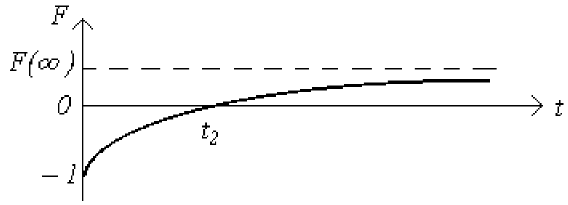


Рис. 5.17.

Изменение темпа прибыли во времени теперь согласно формулам (5.39) и (5.46) записывается так:

$$Q_K(t) = (y - x)\,R\,[1 + K / K_L(t)\,] - L - K = Q + K\,F(t)\,. \qquad (5.48)$$

Здесь

$$F(t) = [(y - x)\,R\,t / (t + T_K)\,K_L(\infty) - 1\,]\,. \qquad (5.49)$$

При этом

$$F(\infty) = [(y - x)\,R / K_L(\infty) - 1\,]\,. \qquad (5.50)$$

Изменение этой функции во времени при $F(\infty) > 0$ показано на рис. 5.17.

В соответствии с условием (5.41) положительный эффект рекламы, в принципе, возможен лишь при выполнении неравенства $F(\infty) > 0$, то есть при

$$K_L(\infty) < (y - x)\,R\,. \qquad (5.51)$$

При этом согласно формуле (5.48) и рис. 5.17 он появляется в момент времени t_2. Это время мы находим с помощью выражения (5.49), полагая $F(t_2) = 0$. Получаем:

$$t_2 = T_K / (D - 1)\,. \tag{5.52}$$

Здесь

$$D = (y - x)\, R / K_L(\infty)\,. \tag{5.53}$$

В рассматриваемом нами случае необходимое условие положительного эффекта рекламы можно записать так: $D > 1$. Из рис. 5.17 следует, что

$$Q_K(t > t_2) > Q \quad \text{и} \quad Q_K(t < t_2) < Q\,.$$

Изменение во времени прибыли фирмы от рекламной кампании, начатой в момент времени $t = 0$, рассчитывается по формуле

$$DB(t) = K\, DT_K\, [\, (1 - 1/D)\, t/T_K - \ln (\, 1 + t/T_K\,)\,]\,. \tag{5.54}$$

Общие потери фирмы от рекламной деятельности за промежуток времени от $t = 0$ до того момента времени t_2, когда реклама начала себя окупать, выражаются формулой

$$D\,B(t_2) = K\, T_K\, [\, 1 - D \ln [\, D / (\,(D - 1)\,]\,]\,. \tag{5.55}$$

При $D > 1$ реклама полностью окупит себя за время t_3. Это время находим путём решения уравнения $\Delta B(t_3) = 0$. В итоге получаем:

$$t_3 = z(D)\, T_K\,, \tag{5.56}$$

где $z = t_3 / T_K$ является положительным вещественным корнем уравнения

$$z\,(1 - 1/D) = \ln (1 + z)\,. \tag{5.57}$$

Исследование показывает, что при $D >> 1$

$$t_3 \approx 2\, T_K / D\,, \qquad \Delta\, B(t_3) \approx 2\, K\, T_K / D\,. \tag{5.58}$$

В Таблице - 5.2 приведены результаты численного решения уравнений (5.52) и (5.56).

ТАБЛИЦА - 5.2

D	t_3 / T_K	t_2 / T_K
1,1	40,9	10
1,2	17,0	5
1,3	9,96	3,23
1,5	5,70	2
2	2,51	1
3	1,14	0,50
4	0,73	0,33
5	0,58	0,25
7	0,35	0,167
10	0,23	0,111
15	0,14	0,071
20	0,12	0,053

Пример 5.10

Рассчитаем времена t_2 и t_3 при таких данных:

$$(y - x)\, R = 240\ \$/\text{дн.}\,,\ K_L(\infty) = 48\ \$/\text{дн.}\,,\ T_K = 40\ \text{дн.}$$

Подставляя эти данные в формулу (5.33), получаем: $D = 5$. Тогда согласно Таблице - 5.2 и формулам (5.52) и (5.56) находим:

$$t_2 = 10\ \text{дн.}\,,\quad t_3 = 23{,}2\ \text{дн.}$$

5.2.3. Падение интереса к рекламе

Выше мы уже говорили, что со временем эффект, вызываемый неизменной непрерывной рекламой, уменьшается и даже исчезает (см. область 3 на рис. 5.12). Таким образом, каждая реклама имеет своё «время жизни», и её следует своевременно снять или заменить на другую. Давайте попробуем ответить на вопрос: когда это лучше всего сделать?

Будем считать, что некоторая непрерывная реклама начала своё существование в прошлом ($t < 0$) и темп непрерывных расходов на эту рекламу всё время равняется K_0. Возьмём для удобства расчётов в качестве начала отсчёта текущего времени

$t = 0$ тот момент, когда появились первые признаки ослабления роли рекламы, выражающиеся в уменьшении темпа сбыта. До этого момента считаем рекламу успешной, то есть в соответствии с уравнением (5.41) полагаем

$$K_L\,(t = 0) < (y - x)\,R\,. \qquad (5.59)$$

Будем считать, что, по нашим оценкам, к некоторому моменту времени $t = T_b$ данная реклама полностью исчерпает свои возможности и расходы на неё потеряют всякий смысл. Поэтому подачу этого варианта рекламы стоит прекратить в некоторый момент времени $t = T_F$, удовлетворяющий очевидному неравенству:

$$0 < T_F < T_b.$$

Рассчитаем наилучший момент прекращения данной рекламной акции. С этой целью примем для функции $K_L(t)$ в качестве модели следующую простую зависимость:

$$K_L\,(t) = K_L\,(0)\,/\,[\,1 - t\,/\,T_b]\qquad (5.60)$$

при $t < T_b$, и $K_L\,(t) = \infty$ при $t \geq T_b$. Ниже на рисунке 5.18 изображены принятые нами зависимости $K\,(t)$ и $K_L\,(t)$.

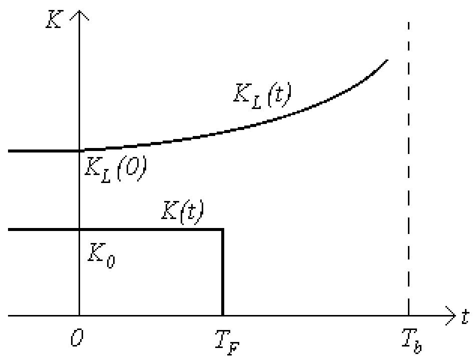


Рис. 5.18.

Прибыль, полученная от рекламы в промежутке времени от момента $t = 0$ до момента времени $t = T_F$, запишется так:

$$\Delta B(T_F) = K_0 T_F\{[(y - x)R/K_L\,(0)] - 1 - (y - x)RT_F\,/\,2K_L(0)T_b\}. \quad (5.61)$$

Эта величина достигает максимума при прекращении рекламы в момент времени

$$T_F{}^* = T_b[\,1 - K_L\,(0)\,/\,(y - x)\,R\,]\,. \qquad (5.62)$$

При этом прибыль от рекламы за время $T_F{}^*$ составляет

$$\Delta B(T_F{}^*) = [\,K_0 T_b(y - x)\,R\,/2K_L\,(0)][1 - K_L\,(0\,)\,/(y - x)R\,]^2. \quad (5.63)$$

Пример 5.11

Найдём наилучшее время прекращения рекламы $T_F{}^*$ и рассчитаем прибыль от рекламы, полученную за это время при таких данных:

$$K_0 = 50\,\$\,/\,дн.\,,K_L\,(0) = 1000\,\$\,/\,дн.\,,$$
$$(y - x)\,R = 2000\,\$\,/\,дн.,\ T_b = 100\,дн.$$

Проводя численные расчёты по формулам (5.62) и (5.63), получаем:

$$T_F{}^* = 50\,дн.\,,\quad \Delta\,B(T_F{}^*) = 1250\,\$\,.$$

5.2.4. Рентабельность рекламного расхода

В режиме непрерывного расходования средств на рекламу определим рентабельность рекламного расхода C_K следующим образом:

$$C_K\ =\ (Q_K - Q)\,/\,K\,. \qquad (5.64)$$

В рассматриваемом нами случае линейного отклика потребителя на рекламу величина $Q_K - Q$ даётся выражением (5.40). В итоге

$$C_K\ =\ (y - x)\ R(y)/\ K_L\ - 1\,. \qquad (5.65)$$

Как видим, эта величина не зависит от размера рекламного расхода K и является положительной при выполнении условия (5.41).

Пример 5.12

Воспользуемся здесь такими численными данными:

$$y - x = 10\,\$\ ,\ \ R = 80\,/\,дн.\ ,\ K_L = 500\,\$\,/\,дн.$$

Тогда получаем:

$$C_K = 0{,}6\,.$$

Из выражения (5.65) также видно, что максимальное значение рентабельности достигается при цене y_Q^*, для которой были получены ранее выражения (4.33), (4.65), (4.88), (4.114) и (4.143).

5.3. РАСХОД, УВЕЛИЧИВАЮЩИЙ СЕБЕСТОИМОСТЬ ЕДИНИЦЫ ТОВАРА

А теперь рассмотрим случай, когда фирмой произведены дополнительные расходы, увеличившие себестоимость каждой единицы товара. При этом себестоимость изменилась так, как показано формулой (5.1). В данном пункте уместней вести речь не о расходах на рекламу, а о расходах на улучшение дизайна или увеличение функциональных возможностей товара. Темп сбыта рассматриваем как функцию произведенного улучшающего товар расхода a (в расчёте на единицу товара) и обозначаем его символом $R(a)$, или R_a. Дальнейшее рассмотрение проведём в рамках линейной модели темпа сбыта как рекламной функции. Полагаем

$$R(a) = R\,(1 + a / a_L)\,. \qquad (5.66)$$

Величина входящего в формулу (5.66) рыночного параметра a_L отражает склонность покупателей к произведенному фирмой улучшению товара. Чем меньше a_L, тем больше склонность. Этот параметр, как и в схожих случаях, рассмотренных ранее, находится экспериментальным путём с последующим расчётом по формуле

$$a_L = a_1 R / [R(a_1) - R]\,. \qquad (5.67)$$

Входящие сюда экспериментальные данные a_1 , R и $R(a_1)$ поясняются рисунком 5.19.

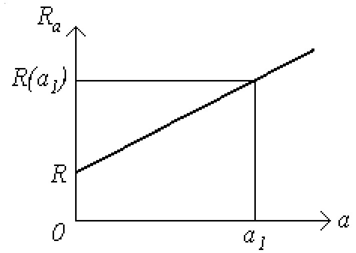


Рис. 5.19.

5.3.1. Ограниченная партия товара

Начнём наше исследование со случая реализации ограниченной партии товара, не пополняемой в ходе сбыта. Будем считать начальный запас товара равным N_0 и воспользуемся для прибыли в заключительный момент продажи выражением (4.11). В рассматриваемом случае оно запишется так:

$$B_f(y, a) \equiv B(\,y, a, t_0^{(a)}\,) = N_0[\,y - x - a - L / R_a(y)\,]\,. \qquad (5.68)$$

С использованием линейной модели (5.62) эта формула принимает вид

$$B_f(y, a) = N_0[\,y - x - a - L /(1 + a / a_L)\,R(y)\,]\,. \qquad (5.69)$$

В графическом виде зависимость заключительной прибыли от расхода a показана на рис. 5.20. Из него видно, что дополнительный расход на улучшение дизайна может оправдать себя лишь при выполнении необходимого и достаточного условия

$$a_L < L/R\,. \qquad (5.70)$$

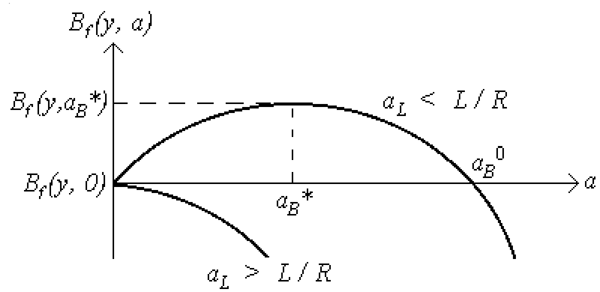


Рис. 5.20.

Напомним, что отношение L/R являетя расходом на реализацию единицы товара в отсутствие рекламы. Наилучшим расходом, дающим наибольший прирост заключительной прибыли $B_f(y,a)$, оказывается расход

$$a_B^* = a_L\,[\,(\,L / a_L R\,)^{1/2} - 1\,]\,. \qquad (5.71)$$

Для такого расхода заключительная прибыль равна

$$B_f(y\ ,a_B^*) = N_0[\ y\ -\ x\ -2\,(\ L\ a_L\ /R\ )^{1/2} + a_L\ )\ . \qquad (5.72)$$

Наибольший возможный выигрыш в прибыли, связанный с произведенным расходом на улучшение дизайна, равен

$$B_f(y\ ,a_B^*)\ -\ B_f(y\ ,0) = N_0[\ (L\ /R\ )^{1/2} - (a_L)^{1/2}\ ]^2\ . \qquad (5.73)$$

Запишем также темп сбыта и полное время распродажи при оптимальном расходе a_B^* :

$$R(y\ ,a_B^*) = [\ L\ R(y)\ /\ a_L\ ]^{1/2}; \qquad (5.74)$$

$$t_0(y\ ,a_B^*) = N_0[\ a_L\ /\ LR(y)\ ]^{1/2}\ . \qquad (5.75)$$

Из рис. 5.20 видно, что при выполнении неравенства (5.70) существует ограниченная область расходов на улучшение дизайна, внутри которой достигается увеличение заключительной прибыли. Эта область даётся цепью неравенств $0 < a < a_B^0$, где

$$a_B^0 = L\ /\ R\ -\ a_L\ . \qquad (5.76)$$

Пример 5.13

Найдём при фиксированной цене сбыта оптимальный расход на улучшение дизайна и сопутствующие ему величины при таких данных:

$$N_0 = 6000\ ,\quad R = 200\ /\ дн.\ ,\quad L = 500\ \$\ /\ дн.$$

В этом случае согласно формуле (5.68) дополнительный расход окупает себя только в случае, когда параметр склонности покупателя $a_L < 2{,}5\ \$$.

Представим результаты расчётов в виде Таблицы - 5.3. Здесь все цены даны в долларах, время - в днях, темп сбыта - в обратных днях. Используем также такое обозначение:

$$\Delta B(a_B^*) = B_f(y\ ,a_B^*)\ -\ B_f(y\ ,0)\ .$$

Эта величина тоже выражается в долларах. Расчёты проведены по формулам (5.49), (5.73) - (5.76). Выбираем для примера два значения параметра a_L , меньшие критического значения $2{,}5\ \$$.

Из таблицы видно, что уменьшение параметра a_L в два раза привело к изменению величин a_B^*, a_B^0, $R(a_B^*)$ и $t_0\ (a_B^*)$ всего лишь в полтора-три раза. В то же время выигрыш в прибыли $\Delta B(a_B^*)$ изменился более, чем в двенадцать раз.

ТАБЛИЦА - 5.3

a_L	a_B^*	a_B^0	$R(a_B^*)$	$t_0(a_B^*)$	$\Delta\ B(a_B^*)$
2	0,236	0,5	223,6	26,83	167
1	0,581	1,5	316,2	18,19	2026

До сих пор в данном разделе максимизация прибыли по расходу на улучшение дизайна проводилась при фиксированной цене продажи y . В предыдущей главе рассматривалась максимизация прибыли по цене продажи. Рассмотрим теперь вопрос о возможной максимизации прибыли одновременно и по расходу на дизайн, и по цене продажи. Заметим, что максимизация по расходу на дизайн возможна лишь при ограничении на темп текущих расходов L снизу (см. формулу (5.70)). В то же время максимизация по цене продажи требует ограничение темпа L сверху (см. формулу (4.6)). Выпишем эти два условия в виде цепочки неравенств:

$$yR\ > L > a_L R\ . \qquad (5.77)$$

Отсюда видно, что одновременная максимизация прибыли по величинам a и y возможна лишь в ограниченной с двух сторон области изменения темпа текущих расходов L .

Рассмотрим для определённости линейную ценовую модель темпа сбыта (2.1). Подставляя указанную формулу в выражение (5.66), получаем явную зависимость заключительной прибыли и от расхода на улучшение дизайна, и от цены продажи:

$$B_f(y,a) = N_0[\ y\ - x\ - a\ - L\ /\ R_L(1 + a\ /\ a_L)\ (1 - y\ /y_L)\ ]\ . \qquad (5.78)$$

Исследование этого выражения показывает, что максимизация его одновременно по a и по y возможна при выполнении двойного неравенства

$$y_L^{\,2}/a_L < L/R_L < a_L^{\,2}/y_L \,. \qquad (5.79)$$

Если это условие выполнено, то оптимальными являются такие значения рекламного расхода и цены продажи:

$$a_B^{**} = a_L\,[\,(Ly_L\,/\,R_L a_L^{\,2})^{1/3} - 1\,]\,; \qquad (5.80)$$

$$y_B^{**} = y_L\,[\,(La_L\,/\,R_L y_L^{\,2})^{1/3} - 1\,]\,. \qquad (5.81)$$

При этих значениях время полной распродажи:

$$t_0\,(y_B^{**},a_B^{**}) = N_0\,(a_L y_L/\,R_L L^2)^{\,1/3}\,, \qquad (5.82)$$

темп сбыта:

$$R(y_B^{**},a_B^{**}) = (L^2 R_L\,/\,a_L y_L)^{\,1/3}\,, \qquad (5.83)$$

заключительная прибыль:

$$B_f(y_B^{**},a_B^{**}) = N_0\,[\,y_L + a_L - x - 3\,(Ly_L a_L/\,R_L)^{\,1/3}\,]\,. \qquad (5.84)$$

Пример 5.14

В этом примере возьмём для расчёта набор данных, близкий к данным Примера 5.13:

$$N_0 = 6000\,,\ R_L = 500\,/дн.\,, L = 500\,\$\,/\,дн.\,,\ y_L = 10\,\$\,,$$
$$x = 3\,\$,\ a_L = 1{,}5\,\$.$$

В этом случае $R(y = 6\ \$\ ,\ a = 0) = 200\ /\ дн.$ Подставляя приведенные числа в неравенства (5.79), убеждаемся, что последние хорошо выполняются. Следовательно, максимизация одновременно по расходу на дизайн и по цене продажи возможна. Расчёт с указанными числами по формулам (5.80) - (5.84) приводит к таким результатам:

$$y_B^{**} = 7{,}53\,\$\,,\quad a_B^{**} = 0{,}97\,\$\,,\quad R(y_B^{**},\,a_B^{**}) = 203\,/\,дн.\,,$$
$$t_0(y_B^{**},\,a_B^{**}) = 29{,}6\,дн.\,,\quad B_f(y_B^{**},\,a_B^{**}) = 6630\,\$\,.$$

Рассмотрим вопрос о рентабельности расхода на улучшение дизайна. Определим для данного случая рентабельность $C_B^{(a)}$ следующим соотношением:

$$C_B^{(a)} = [B_f(a) - B_f(0)]\,/\,a\,. \qquad (5.85)$$

Используя выражение (5.69), получаем:

$$C_B^{(a)} = \frac{L}{a_L R}\,\frac{1}{1 + a\,/\,a_L}\ . \qquad (5.86)$$

Графическая зависимость рентабельности $C_B^{(a)}$ от расхода a при $a_L < L/R$ показана на рис. 5.21 (а). При этом

$$C_B^{(a)}(0) = a_B^{\,0}\,/\,a_L\,, \qquad C_B^{(a)}(a_B^*) = a_B^*\,/\,a_L\ . \qquad (6.87)$$

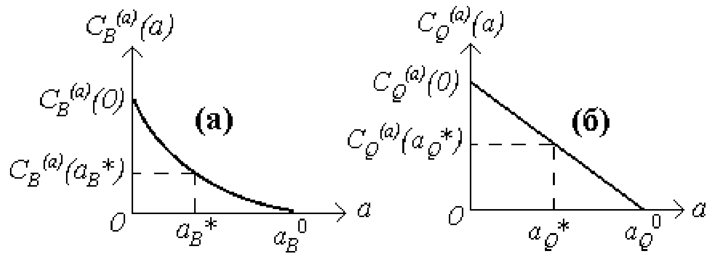


Рис. 5.21.

Пример 5.15

В этом примере при расчёте рентабельности полагаем:

$$L = 500\,\$\,/\,дн.\ ,\quad a_L = 1{,}5\,\$,\quad R = 200\,/\,дн.$$

При этих числах согласно формулам (5.71) и (5.76)

$$a_B^* = 0{,}436\,\$\,,\quad a_B^0 = 1{,}0\,\$\,.$$

Подставляя полученные значения в формулы (5.87), находим:

$$C_B^{(a)}(0) = 0{,}667\,,\qquad C_B^{(a)}(a_B^*) = 0{,}291.$$

5.3.2. Режим непрерывного пребывания на рынке

Переходим к рассмотрению режима непрерывного сбыта товара на рынке. Считаем, что убыль товара вследствие продажи его восполняется полностью, в том же темпе производством или закупками этого товара. В данном случае темп прибыли даётся выражением (4.165). С учётом линейных моделей (2.1), (5.66) и формулы (5.1) запишем темп прибыли так:

$$Q(y,a) = (y - x - a)\,R_L\,(1 - y\,/\,y_L)\,(1 + a\,/\,a_L) - L\,. \qquad (5.88)$$

Рассмотрим вначале ситуацию с фиксированной ценой продажи. Исследование выражения (5.88) показывает, что дополнительный расход на улучшение дизайна может оправдать себя только при выполнении необходимого и достаточного неравенства

$$a_L < (y - x)\ . \qquad (5.89)$$

При этом наилучшим расходом, обеспечивающим наибольший темп прибыли, является расход

$$a_Q^* = (1/2)\,(y - x - a_L)\ . \qquad (5.90)$$

Обратим внимание на различие выражений (5.90) и (5.71). Видно, что наилучший расход на дизайн a^* зависит от режима сбыта товара.

Графически зависимость темпа прибыли от расхода a показана на рис. 5.22. Здесь

$$a_Q^0 = 2\,a_Q^*\ . \qquad (5.91)$$

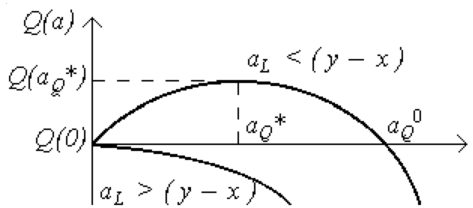


Рис. 5.22.

При расходе (5.90) наибольший возможный темп прибыли равен

$$Q(y, a_Q^*) = R_L\,(1 - y/y_L)\,(y - x + a_L)^2/4a_L - L\ . \qquad (5.92)$$

Сравнивая выражение (5.90) с выражением (5.88), взятым при отсутствии дополнительного расхода на дизайн (то есть при $a = 0$), получаем выражение для наибольшего выигрыша в темпе прибыли:

$$Q(y, a_Q^*) - Q(y,0) = R_L\,(y - x - a_L)^2\,(1 - y/y_L)\,/\,4a_L\ . \qquad (5.93)$$

Пример 5.16

Подсчитаем наилучший расход на дизайн и выигрыш в темпе прибыли при таких численных данных:

$$y - x = 1\,\$,\quad R_L = 500/\text{дн.},\quad y/y_L = 0{,}6\ .$$

Из формулы (5.89) следует, что реклама является оправданной, если рыночный параметр $a_L < 1\,\$$. Результаты расчёта по формулам (5.90) и (5.92) представим в виде таблицы. Здесь

$$\Delta Q = Q(y,a_Q^*) - Q(y,0)\ ;$$

величины a_L и a_Q^* даны в долларах, ΔQ - в $\$\,/\,дн.$ Из этой таблицы видно, как быстро нарастает темп прибыли при уменьшении рыночного параметра a_L .

ТАБЛИЦА - 5.4

a_L	a_Q^*	ΔQ
0,9	0,05	0,56
0,8	0,1	2,50
0,7	0,15	6,43
0,6	0,2	13,3
0,5	0,25	25,0
0,4	0,3	45,0
0,3	0,35	81,7
0,2	0,4	160
0,1	0,45	405

Проведём теперь максимизацию выражения (5.88) одновременно по цене продажи y и по расходу на дизайн a. Исследование показывает, что такая максимизация возможна при выполнении условия

$$y_L > x + 2a_L\ . \qquad (5.94)$$

Наибольшая величина темпа прибыли достигается при таких значениях рекламного расхода и цены продажи:

$$y_Q^{**} = (1/3)\,(2y_L + x - a_L)\ ; \qquad (5.95)$$

$$a_Q^{**} = (1/3)\,(y_L - x - 2a_L)\ . \qquad (5.96)$$

Запишем для этих значений темп сбыта и темп прибыли:

$$R(y_Q^{**}, a_Q^{**}) = (R_L / 9a_L y_L)(y_L - x + a_L)^2 ; \qquad (5.97)$$

$$Q(y_Q^{**}, a_Q^{**}) = (R_L / 27a_L y_L)(y_L - x + a_L)^3 - L . \qquad (5.98)$$

Пример 5.17

Рассчитаем оптимальные цены (5.95) и (5.96) и сопутствующие им величины (5.97), (5.98) при таких данных:
$y_L = 5\,\$$, $a_L = 1\,\$$, $x = 1\,\$$, $R_L = 500\,/\,дн.$, $L = 200\,\$\,/\,дн.$
Получаем:

$$y_Q^{**} = 3{,}33\,\$, \quad a_Q^{**} = 0{,}67\,\$,$$
$$R(y_Q^{**}, a_Q^{**}) = 278\,/\,дн. , \quad Q(y_Q^{**}, a_Q^{**}) = 263\,\$\,/\,дн.$$

Рассмотрим теперь вопрос о рентабельности расхода на улучшение дизайна. Определим для данного случая рентабельность $C_Q^{(a)}$ следующим соотношением:

$$C_Q^{(a)} = [Q(a) - Q(0)] / a . \qquad (5.99)$$

Используя выражение (5.88), получаем:

$$C_Q^{(a)} = [R(y)/a_L](y - x - a - a_L). \qquad (5.100)$$

Графическая зависимость рентабельности $C_Q^{(a)}$ от расхода a при $a_L < y - x$ показана на рис. 5.21 (б). При этом

$$C_Q^{(a)}(0) = R(y)(y - x - a_L) / a_L , \quad C_Q^{(a)}(a_Q^*) = C_Q^{(a)}(0) / 2 . \quad (5.101)$$

Пример 5.18

Рассчитаем рентабельность улучшения товара, используя такие данные:

$$y = 4\,\$, \quad a_L = 1\,\$, \quad x = 1\,\$, \quad R = 250\,/\,дн.$$

Тогда согласно формулам (5.91) и (5.101) получаем:

$$a_Q^* = 1\,\$, \; C_Q^{(a)}(0) = 500/\,дн. , \; C_Q^{(a)}(a_Q^*) = 250/\,дн.$$

5.4. МАКСИМИЗАЦИЯ ПРИБЫЛИ ПОСРЕДСТВОМ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИЙ

Существует много различных возможностей максимизировать прибыль. Так, например, ранее мы рассматривали оптимизацию коммерческой деятельности путём

нахождения наилучшей цены сбыта или наилучшего количества товара. Сейчас мы подробно рассмотрим иную возможность - непрерывное инвестирование определённой части прибыли, получаемой в ходе некоторого коммерческого процесса, в этот же процесс непосредственно с целью увеличения темпа сбыта. Эта ситуация довольно близка к общему содержанию рекламной деятельности, но в общем случае всё же выходит за её рамки, поскольку рассматриваемая здесь дополнительная инвестиция полностью или частично может быть направлена и просто на увеличение производства товара.

Будем считать, что фирма действует в режиме непрерывного пребывания на рынке и непрерывно проводит некоторую специализированную дополнительную инвестицию полученной прибыли. Пусть темп этой инвестиции равен I (размерность: $[I] = \$\,/дн.$). Тогда с учётом инвестиции темп прибыли Q можно записать в таком виде:

$$Q = R(I)(y - x) - L - I . \qquad (5.102)$$

Моделируем зависимость темпа сбыта R от инвестиции I следующей формой:

$$R(I) = R(0)\,[\,1 + (I / I_C)^k\,] . \qquad (5.103)$$

Здесь параметр I_C имеет смысл темпа инвестиции, увеличивающего темп сбыта вдвое. Действительно: $R(I_C) = 2\,R(0)$. Этот параметр имеет ту же размерность, что и величина I. Положительный безразмерный параметр k характеризует скорость нарастания темпа сбыта по мере увеличения отношения I / I_C. Для случая $k < 1$ см. ниже рис. 5.23 .

Смысл параметров I_C и k хорошо виден из графика, построенного в логарифмическом масштабе на рис. 5.24. Здесь

$$\mathrm{tg}(\varphi) = k , \; M = \ln \{[R(I) - R(0)] / R(0)\}, \; z = \ln I , \; z_1 = \ln I_C . \quad (5.104)$$

Приведенные зависимости позволяют использовать для обработки экспериментальных данных метод линейного регрессионно-корреляционного анализа (см. ниже Пример 5.19).

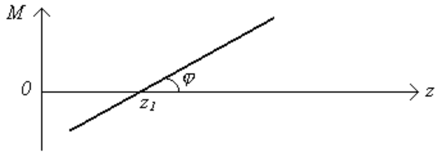


Рис. 5.23.

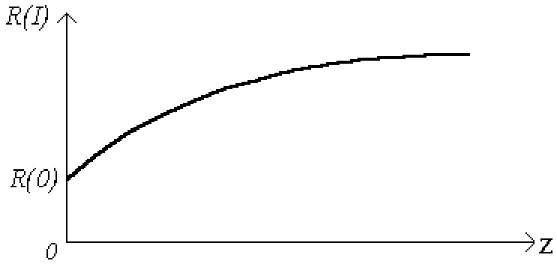


Рис. 5.24.

Для того чтобы экспериментальным путём найти маркетинговые параметры I_C и k, необходимо измерить зависимость темпа сбыта R от нескольких заранее заданных темпов инвестиции I (в ходе эксперимента инвестиционные расходы задаются независимо от прибыли). При конкретных расчётах удобно выбрать заранее и зафиксировать единицы измерения всех размерных величин. После этого со всеми величинами до самого конца расчётов обращаемся как с безразмерными и только в заключительных выражениях, при необходимости, восстанавливаем размерность.

Пример 5.19

Будем считать, что мы располагаем опытными данными, представленными первыми двумя колонками в Таблице - 5.5 . Остальные колонки представляют эти же данные, преобразованные в соответствии с формулой (5.104).

Обработка чисел из третьей и четвёртой колонок по формулам (3.19) и (3.20) приводит к такой регрессии:

$$M = a + b\,z \ .$$

Здесь $a = -4{,}9891$, $b = 0{,}4919$.

Тогда на основании формул (5.104) получаем следующие значения рыночных параметров:

ТАБЛИЦА - 5.5

I	*R*	*z*	*M*
0	1000		
1000	1200	6,9078	- 1,6094
2000	1300	7,6009	- 1,2040
3000	1340	8,0064	- 1,0788

$$k = 0{,}492 \ , \ I_C = 25400 \ .$$

Рассмотрим теперь другой вариант обработки экспериментальных данных. Пусть нам известны темп сбыта при отсутствии дополнительной инвестиции, а также темпы сбыта при двух различных темпах инвестиций:

$$R(0) = R(I=0) \qquad I=0\,,$$
$$R_1 = R(I=I_1) \qquad I=I_1\,,$$
$$R_2 = R(I=I_2) \qquad I=I_2\,.$$

Используя эти данные и форму (5.103), получаем такие расчётные формулы:

$$k = \ln\left(\frac{R_1 - R(0)}{R_1 - R(0)}\right) / \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right); \tag{5.105}$$

$$I_C = I_1 \left(\frac{R(0)}{R_1 - R(0)}\right)^{1/k} . \tag{5.106}$$

Пример 5.20

Будем считать, что мы располагаем следующими экспериментальными данными(используются безразмерные единицы):

$$R(0) = 1000, \quad I_1 = 100\,, \; I_2 = 200\,, \; R_1 = 1200\,, \; R_2 = 1300 \ .$$

Подставляя эти числа в формулы (5.105) и (5.106), получаем:

$$k = 0{,}585 \ , \ I_C = 1565 \ .$$

Рассмотрим теперь тот случай, когда темп инвестиции I определяется темпом текущий прибыли. Будем считать, что фирма приняла решение инвестировать в улучшение товара, с целью повышения его привлекательности, вполне определённую часть прибыли. Таким образом, считаем темп инвестиций пропорциональным темпу прибыли:

$$I = c\,Q(c). \tag{5.107}$$

Здесь, естественно, $c < 1$.

Подставляя выражение (5.107) и найденные маркетинговые параметры в формулу (5.102), получаем трансцендентное уравнение для функции $Q(c)$:

$$Q(c) = [1/(1+c)]\{(y-x)R(0)[1+[cQ(c)/I_C]^k] - L\}. \tag{5.108}$$

Эта функция при $k < 1$ имеет максимум в точке c^* (см. качественный рис. 5.25), если $Q(0) = (y-x)R(0) - L > 0$. Если последнее условие не выполнено, то инвестирование в режиме (5.107) не имеет смысла. Точка c_1 может лежать как правее, так и левее единицы. Если $c_1 < 1$, тогда существует ограниченная область целесообразной величины инвестиций: $0 < c < c_1$. Наша задача - найти оптимальное значение коэффициента c и соответствующее ему наибольшее значение прибыли (то есть величины c^* и $Q_M = Q(c^*)$). Для этого придётся провести исследование уравнения (5.108) при заданных величинах $(y-x)R(0)$, L, $x - y$, k и I_C.

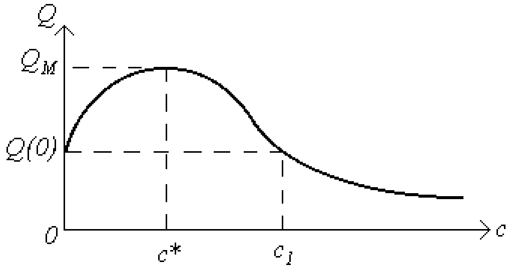


Рис. 5.25.

Результатом исследования являются следующие выражения ($k < 1$):

$$Q_M = Q(c^*) = Q(0) + \frac{1-k}{k}\left[\frac{k(y-x)R(0)}{I_C^k}\right]^{1/(1-k)}; \tag{5.109}$$

$$c^* = \frac{1}{Q_M}\left[\frac{k(y-x)R(0)}{I_C^k}\right]^{1/(1-k)}; \tag{5.110}$$

$$c_1 = \frac{1}{Q(0)}\left[\frac{(y-x)R(0)}{I_C^k}\right]^{1/(1-k)}. \tag{5.111}$$

Рассмотрим случай $k = 0{,}5$. Введём обозначение:

$$\alpha = (y-x)R(0)/2I_C^{1/2}. \tag{5.112}$$

Тогда

$$Q(0) = (y-x)R(0) - L, \quad Q_M = Q(0) + \alpha^2, \tag{5.113}$$

$$c^* = \alpha^2/[\alpha^2 + Q(0)], \quad c_1 = 4\alpha^2/Q(0). \tag{5.114}$$

Пример 5.21

Проведём исследование функции $Q(c)$ при таком наборе данных:

$$R(0) = 300, \quad y - x = 4, \quad L = 500, \quad k = 0{,}5, \quad I_C = 2500.$$

Используя формулы (5.109)– (5.114), получаем:

$$c^* = 0{,}174, \quad c_1 = 0{,}823, \quad Q(0) = 700, \quad Q_M = 844.$$