ГЛАВА ЧЕТВЁРТАЯ

ОПТИМИЗАЦИЯ СБЫТА НА ПРОСТОМ СТАЦИОНАРНОМ РЫНКЕ

В этой главе рассматриваются оптимальные действия фирмы на простом рынке, не изменяющемся во времени. Это означает, что если рынок и меняется постепенно, то это изменение происходит за время, значительно превышающее время сбыта крупной партии товара. Рынок считается простым, то есть полагаем темп сбыта явно зависящим лишь от цены продажи товара. Зависимости от остальных факторов аккумулированы в рыночных параметрах. Будем считать, что в ходе ранее поставленного маркетингового эксперимента предприниматель выбрал подходящую ценовую модель темпа сбыта и рассчитал её параметры (см. Главы вторую и третью).

Оптимизация сбыта должна проводиться с учётом положения фирмы на рынке, типа рынка, режима сбыта, а также при ясном понимании целей, которые фирма преследует в ходе операции сбыта. Совершенно очевидно заранее, что при любой избранной фирмой форме или тактике сбыта существует некоторая оптимальная цена продажи. Потому что при слишком малой цене продажи выручка не покрывает расходы предприятия, а при слишком большой цене продавец теряет почти всех возможных покупателей. Оптимальная цена, повторяем, существует, но, как будет показано далее, она оказывается разной при разных режимах сбыта и при разных целях предприятия.

В дальнейшем будут детально рассмотрены два режима действий фирмы на рынке. Первый режим (Раздел 4.1) заключается в сбыте ограниченной по величине партии товара, без пополнения и с возможным пополнением товара в ходе сбыта.

Второй режим сбыта (Раздел 4.2) заключается в том, что фирма находится на рынке постоянно. При этом убыль товара в ходе сбыта непрерывно в полной мере восполняется путём закупок или производства этого товара фирмой, ведущей данный сбыт. В этом режиме количество товара, находящегося в продаже, остаётся постоянным во времени.

4.1. МАКСИМИЗАЦИЯ ПРИБЫЛИ ПРИ СБЫТЕ ОГРАНИЧЕННОЙ ПАРТИИ ТОВАРА

Рассмотрим такую ситуацию: фирма выставила на продажу партию товара объёмом N_0 единиц. Будем считать, что сбыт товара начался в некоторый момент времени t, которому мы присваиваем значение $t = 0$. Сбыт идёт по цене y за единицу товара с темпом R, зависящим от этой цены. Это единственная явная зависимость, учитывающаяся в рамках модели простого сбыта. Остальные возможные зависимости отражаются в численном значении маркетинговых параметров, входящих в ценовую модель темпа сбыта.

Себестоимость единицы товара - x. Но расходы фирмы связаны не только с определённой себестоимостью товара, закупаемого или производимого ею. Процесс сбыта также сопровождается неминуемыми расходами. Поэтому, помимо расходов на закупку или производство товара, следует обязательно учитывать и неизбежные текущие расходы, связанные исключительно с ходом процесса реализации товара. Обозначим темп таких текущих расходов (то есть расход в единицу времени пребывания фирмы на рынке) символом L. Размерность его: $[L] = \$/дн.$

Используя определённую ценовую модель и зная её параметры, предприниматель получает возможность рассчитать наилучшую цену сбыта, найти область цен, в которой предприятие остаётся прибыльным, а при получении дополнительных данных, о которых речь пойдёт далее, рассчитать ещё и наилучшие расходы на рекламу. Сейчас же будем считать, что основная проблема, стоящая перед предпринимателем, сводится к нахождению оптимальной цены сбыта товара.

Что же мы подразумеваем под оптимальной ценой сбыта? Оказывается, здесь нет однозначного ответа. Всё зависит от того, какую цель ставит перед собой предприниматель. От этого будет зависеть выбор той величины, которую ему придётся максимизировать. В качестве одного из наиболее вероятных вариантов можно рассмотреть намерение предпринимателя получить максимальную прибыль от продажи всей партии товара. Такая задача имеет решение, но может случиться, что при той цене, которая обеспечит наибольшую заключительную прибыль, расчётное время реализации всей партии окажется по ряду причин неприемлемо большим. Точнее, сам предприниматель посчитает это время слишком большим (например, его не удовлетворит прибыль, приходящаяся на единицу времени реализации). В такой ситуации может случиться, что предприниматель посчитает более выгодным для своего бизнеса обеспечение максимального среднего темпа прибыли. Он согласится получить несколько меньшую результирующую прибыль, но зато за более короткий срок. В этом случае, как увидим, оптимальная цена продажи, то есть цена, приводящая к максимуму темпа прибыли, будет отличаться от цены, максимизирующей заключительную прибыль. Может случиться и так, что предприниматель, чьи возможности инвестировать значительные средства ограничены, сочтёт необходимым максимизировать рентабельность акции.

Возможны и другие варианты. Неблагоприятное стечение обстоятельств может заставить предпринимателя действовать так, чтобы обеспечить максимальный темп выручки (то есть максимальную ежедневную выручку). Этому случаю будет отвечать своя оптимальная цена продажи. И, наконец, предприниматель может поставить перед собой задачу наилучшим образом распродать некоторую партию товара за строго определённое время. И здесь тоже необходимо провести соответствующий расчёт цены сбыта.

4.1.1. Сбыт без текущего пополнения запаса товара

В этом разделе считаем, что в ходе сбыта начальный запас N_0 выставленного на рынок товара не пополняется. Рассмотрим, как изменяются во времени количество товара и текущая прибыль.

Изменение количества товара N во времени $t \geq 0$ описывается выражением

$$N(t) = N_0 - R(y)\,t \qquad (4.1)$$

и графически представлено на рис. 4.1. Эта формула предполагает, что в начальный момент сбыта $(t = 0)$ количество товара составляло N_0 единиц.

Время t_0, показанное на этом рисунке, является временем полной распродажи. Оно определяется условием $N(t_0) = 0$, и согласно выражению (4.1) рассчитывается по формуле

$$t_0(y) = N_0 / R(y)\,. \qquad (4.2)$$

Для конкретных практических расчётов, цель которых состоит в том, чтобы найти наилучшую цену продажи в виде числа, необходимо выбрать вполне конкретную ценовую модель, то есть конкретный вид функции $R(y)$. Вначале мы для определённости воспользуемся линейной ценовой моделью (2.1). Для такого случая зависимость времени распродажи от цены принимает форму (см. рис. 4.2).

$$t_0(y) = N_0 \,/\, [R_L\,(1 - y\,/\,y_L\,)\,]\,. \qquad (4.3)$$

Из этого выражения видно, что время полной распродажи прямо пропорционально начальному количеству товара N_0 и обратно пропорционально i-параметру ценовой модели (этот вывод не зависит от формы ценовой модели). Время t_0 растёт (нелинейно) по мере роста цены продажи или убывания p-параметра. При цене продажи, равной предельной цене или выше, время полной распродажи уходит в бесконечность.

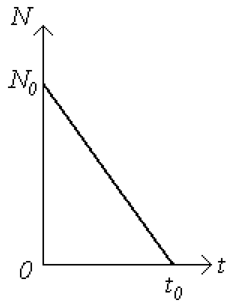

Рис. 4.1.

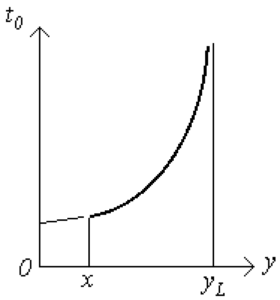

Рис. 4.2.

Напоминаем, что при изменении цены продажи все остальные характеризующие сбыт величины предполагаются неизменными (принцип *c.p.*).

Перейдём к расчётам прибыли и других величин, относящихся к рассматриваемой операции сбыта. Считаем прибыль непрерывной функцией текущего времени t и назначаем (для определённости) в начальный момент прибыль отрицательной, равной по абсолютной величине себестоимости всей партии товара. Итак, полагаем

$$B(t = 0) = -\ xN_0\,. \qquad (4.4)$$

Тогда с учётом текущих расходов и выручки, появляющейся в процессе сбыта, зависимость прибыли от времени записывается в таком виде:

$$B(t) = -\ xN_0 -\ L\,t + y\,R(y)\,t\,. \qquad (4.5)$$

В этом выражении первое слагаемое в правой части отражает начальную инвестицию; второе - общий расход, связанный с проведением самой операции сбыта, за время от нуля до текущего момента t; последнее слагаемое - выручка, полученная к этому моменту времени. Слагаемые, относящиеся к расходам, входят в уравнение (4.5) со знаком «минус», относящиеся к доходной части - со знаком «плюс».

Из формулы (4.5) видно, что прибыль нарастает во времени, если в ходе сбыта темп выручки $g = yR(y)$ превышает темп текущих расходов L. Таким образом, необходимым (но ещё не достаточным) условием прибыльности предприятия является условие

$$yR(y) > L\,. \qquad (4.6)$$

Если выполнено обратное неравенство, предприятие является гарантированно убыточным. В такой ситуации каждый день, проведенный на рынке, приносит убыток. В дальнейшем будем рассматривать только такие случаи, когда неравенство (4.6) в актуальной области цен строго выполняется и поэтому прибыль линейно нарастает во времени. Если же указанное неравенство не выполняется и нет способов добиться его выполнения, то и обсуждать нечего. Нужно просто прекращать коммерческую деятельность.

Теперь примем во внимание, что процесс сбыта ограниченной партии товара заканчивается в момент времени t_0 (см. выражение (4.2) и рис. 4.1). Поэтому формула (4.5), описывающая монотонное нарастание прибыли во времени, справедлива только в интервале времён $0 \le t \le t_0$.

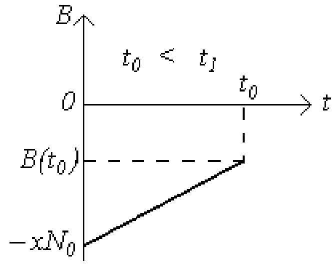

Рис. 4.3.

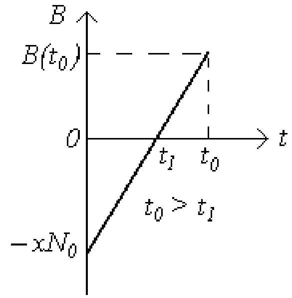

Рис. 4.4.

Введём время t_1 условием $B(t_1) = 0$. В этот момент времени (если он достижим) нарастающая прибыль предприятия проходит через нуль и в дальнейшем становится положительной. Выше на рисунках 4.3 и 4.4 показан ход прибыли во времени при двух возможных соотношениях времён t_0 и t_1.

Используя выражение (4.5) и условие $B(t_1) = 0$, получаем:

$$t_1 = xN_0 \,/\, [\,yR(y) -\ L\,]\,. \qquad (4.7)$$

Это время реально существует (и всё предприятие оказывается в итоге прибыльным) только тогда, когда выполнено условие

$$t_1 < t_0\,. \qquad (4.8)$$

Действительно, из рис. 4.3 видно, что при $t_1 > t_0$ заключительная прибыль $B(t_0)$ отрицательна, то есть начальный расход и текущие расходы не покрываются доходной частью. С помощью формул (4.2) и (4.7) неравенство (4.8), обеспечивающее положительный конечный результат, можно представить в таком виде:

$$(y -\ x)\,R(y) -\ L > 0\,. \qquad (4.9)$$

Это неравенство, более жёсткое, чем условие (4.6), является необходимым и достаточным условием прибыльности предприятия. Как видим, оно накладывает вполне определённые ограничения и на себестоимость товара, и на темп текущих расходов. Отметим, что величина начального запаса товара N_0 в неравенство (4.9) не вошла.

Смысл условия (4.9) легко понять, если записать его в форме такого неравенства:

$$y > x + L / R(y)\,. \qquad (4.10)$$

Величина $L/R(y)$, как нетрудно заметить, является расходом на реализацию одной единицы товара. Естественно, предприятие будет прибыльным, если цена продажи каждой единицы товара будет выше суммы этого расхода и себестоимости этой единицы.

Пример 4.1

Исследуем вопрос о прибыльности предприятия при таких данных:

$$y = 25\,\$\,,\quad x = 15\,\$\,,\quad R(y = 25\,\$) = 80\,/\,дн.$$

Подставляя эти числа в формулу (4.10), убеждаемся, что предприятие является прибыльным при темпе текущих расходов $L < 800\,\$/дн.$ и убыточным при $L > 800\,\$/дн.$

Прибыль в заключительный момент сбыта получаем, подставив время полной распродажи (4.2) в формулу (4.5). Тогда заключительная прибыль даётся таким выражением:

$$B(y, t_0) = N_0[\,y - x - L / R(y)\,]\,. \qquad (4.11)$$

Запишем теперь фактический темп прибыли, получаемой при данной операции сбыта (то есть прибыль предприятия, отнесённую к одному дню пребывания на рынке):

$$Q_f(y) = B(y, t_0)\,/t_0(y) = (y - x)\,R(y) - L\,. \qquad (4.12)$$

Из последних двух выражений видно, что при выполнении неравенства (4.9) прибыль в момент полной распродажи, а с ней и средний темп прибыли обязательно положительны.

Для исследуемого режима сбыта представляет интерес также темп выручки, то есть выручка за один день сбыта (см. формулу (1.15)):

$$g(y) = y\,R(y)\,. \qquad (4.13)$$

Запишем теперь выражение для рентабельности рыночной операции (обозначим её символом C). Эту величину определим здесь как отношение заключительной прибыли к

суммарному расходу на закупку (производство) партии товара и ведение самой операции сбыта:

$$C(y) = \frac{N_0\,[\,y - x - L / R(y)]}{N_0\,[\,x + L / R(y)]} = \frac{yR(y)}{xR(y) + L} - 1\quad. \qquad (4.14)$$

Из формулы (4.11) следует, что заключительная прибыль $B(t_0, y)$ достигает максимума при некоторой цене y_B*, являющейся корнем следующего уравнения (всюду ниже к рассмотрению принимаются только вещественные, положительные корни):

$$1 + \frac{L}{R^2(y)}\,\frac{dR(y)}{d\,y} \;=\; 0\,. \qquad (4.15)$$

Цену y_B* считаем оптимальной, если фирма, ведущая сбыт ограниченной партии товара, ставит перед собой задачу получить максимальную заключительную прибыль.

Фактический темп прибыли $Q_f(y)$, определяемый формулой (4.12), достигает максимума при цене y_Q*, являющейся корнем уравнения

$$R(y) + (y - x)\frac{dR}{dy} \;=\; 0\,. \qquad (4.16)$$

Цена y_Q* является оптимальной для варианта непрерывного сбыта, при котором фирма ставит перед собой задачу получить максимальный фактический темп прибыли.

Темп выручки $g(y)$, задаваемый формулой (4.13), достигает максимума при некоторой цене y_g*, являющейся корнем уравнения

$$y\,\frac{dR(y)}{d\,y} + R(y) \;=\; 0\,. \qquad (4.17)$$

Цена y_g*, если она существует, является оптимальной в том случае, когда фирма в силу определённых причин настроена максимизировать темп выручки (ежедневную выручку).

Рентабельность $C(y)$ достигает максимума при некоторой цене y_C*, которая является оптимальной, если фирма нацелена на максимум рентабельности (при любом варианте сбыта). Цена y_C* является корнем такого уравнения:

$$yL\,\frac{dR(y)}{d\,y} + R\,(L + xR) \;=\; 0\,. \qquad (4.18)$$

Из формулы (4.15) видно, что при любой форме кривой спроса $R(y)$ цена y_B* не зависит от себестоимости x. Из формулы (4.16) видно, что при любой форме кривой спроса $R(y)$ цена y_Q* не зависит от темпа текущих расходов L. Их формулы (4.17) видно, что при любой форме кривой спроса $R(y)$ цена y_g* не зависит ни от себестоимости x, ни от темпа текущих расходов L. Из формулы (4.18) видно, что цена y_C* зависит и от себестоимости x, и от темпа текущих расходов L. Уже это обстоятельство подсказывает, что все четыре оптимальные цены y_B*, y_Q*, y_g* и y_C* являются совершенно различными ценами. Таким образом, единой оптимальной цены продажи не существует.

Дальнейшее конкретное исследование сбыта снова требует использования конкретной ценовой модели функции $R(y)$. Вначале проведём рассмотрение на основе линейной модели (2.1). В этом случае формулы (4.11) - (4.14) принимают такой вид:

$$B(y, t_0) = N_0\{ y - x - y_L L/[R_L(y_L - y)]\} ; \qquad (4.19)$$

$$Q_f(y)(y) = (R_L/y_L)(y - x)(y_L - y) - L ; \qquad (4.20)$$

$$g(y) = (R_L/y_L)\, y\, (y_L - y) ; \qquad (4.21)$$

$$C(y) = \frac{yR_L(y_L - y)}{xR_L(y_L - y) + y_L L} - 1 . \qquad (4.22)$$

На рисунках 4.5 - 4.8 приведены возможные графики функций (4.19) - (4.22) для различных соотношений между ценовыми величинами x, y_L и L/R_L. На рис. 4.5 кривая-1 относится к случаю, когда выполнено условие $y_L < L/R_L$. При этом неравенстве всегда оказывается нарушенным условие прибыльности (4.6), поскольку темп сбыта отличен от нуля лишь при цене $y < y_L$.

На том же рис. 4.5 кривая-2 относится к случаю

$$\{(L/R_L)^{1/2} + [(L/R_L) + x]^{1/2}\}^2 > y_L > L/R_L ,$$

а кривая-3 - к случаю

$$y_L > \{(L/R_L)^{1/2} + [(L/R_L) + x]^{1/2}\}^2 .$$

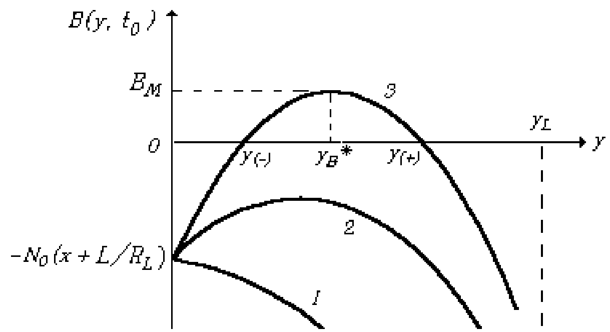

Рис. 4.5.

На рисунках 4.6 и 4.7 кривая-1 относится к случаю

$$\{(L/R_L)^{1/2} + [(L/R_L) + x]^{1/2}\}^2 > y_L ,$$

кривая-2 - к случаю

$$y_L > \{(L/R_L)^{1/2} + [(L/R_L) + x]^{1/2}\}^2 . \qquad (4.23)$$

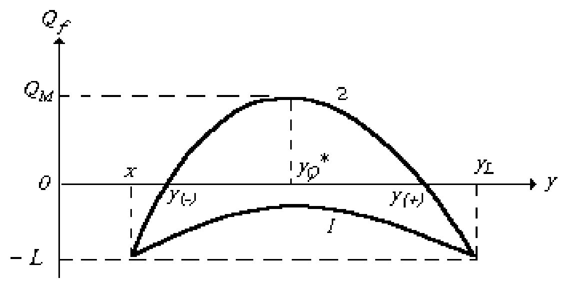

Рис. 4.6.

Из рисунков 4.5 - 4.7 видно, что заключительная прибыль, а с ней средний темп прибыли и рентабельность могут быть положительны только в некоторой ограниченной области цен продажи ($y_{(-)} < y < y_{(+)}$). Такая область существует лишь при достаточно малых расходах фирмы, обеспечивающих обязательное выполнение неравенства (4.23). Это неравенство, содержащее одни лишь параметры ценовой модели темпа сбыта, а также величины, характеризующие расходы, является в рамках линейной ценовой модели (2.1) необходимым и достаточным условием прибыльности предприятия.

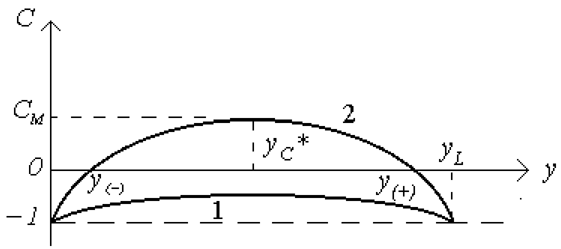

Рис. 4.7.

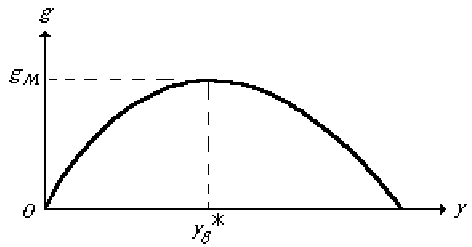

Рис. 4.8.

О точках максимума, отмеченных на показанных графиках буквами со звёздочкой, подробный разговор пойдёт позже. А вот границы области прибыльности для линейной ценовой модели даются таким выражением:

$$y_{(\pm)} = (1/2)\,\{x + y_L \pm [\,(y_L - x)^2 - 4y_L L/R_L]^{1/2}\}\,. \quad (4.24)$$

Знание области прибыльности является очень полезным ввиду некоторой неточности результатов расчётов, заложенной в самой неточности данных минимального маркетингового эксперимента. Достаточно широкая расчётная область прибыльности позволяет фирме чувствовать себя уверенно при работе в области цен, близкой к середине области при-

быльности. Она позволяет также при необходимости изменять цену продажи в зависимости от требований ситуации. В определённых условиях фирма может интересоваться не столько получением в данный момент наибольшей возможной прибыли, сколько задачей освоения новых рынков, выдавливанием с рынка конкурентов и пр. Вот здесь и полезно знать область прибыльности, то есть область цен, при которых деятельность предприятия, отказывающегося от максимальной возможной прибыли, всё же не будет убыточной.

Сделаем одно существенное замечание. Конечно, данные минимального маркетингового эксперимента позволяют вести расчёт маркетинговых параметров (например, величин R_L и y_L) только приближённо. В таком случае уместно поставить следующий вопрос: велика ли опасность прийти к неправильным тактическим или стратегическим решениям, если наши расчётные данные являются всего лишь приблизительными?

Ответ заключается в том, что опасность такая существует, но вблизи точек максимума (это наиболее интересные для нас точки y_B*, y_Q*, y_g* и y_C* на рисунках 4.5 - 4.8) погрешность оказывается минимальной. Покажем это примером.

Пример 4.2

Рассмотрим такую функцию:

$$W(z) = -\,z^2 + 20\,z\,-\,100\; = 100 - (\,z - 10)^2\,.$$

Её график показан ниже на рис. 4.9. Эта функция достигает максимума $W_{max} = 10$ в точке $z* = 10$. Подсчитаем, насколько изменится функция, если мы отойдём от точки $z*$ на единицу. Получаем:

$$W(z=9) = 99\,,\; W(z=11) = 99\,.$$

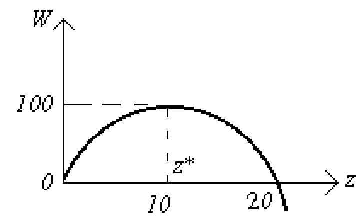

Рис. 4.9.

Как видим, вблизи максимума при изменении аргумента на единицу значение функции изменилось всего на 1% . Зато вблизи точек $z = 0$ и $z = 20$ такое же абсолютное изменение аргумента на единицу ведёт к очень большому изменению функции. Например:

$$W(z = 0) = 0\,,\ W(z = 1) = 19\,,\ W(z = 2) = 36\,.$$

Этот пример убедительно показывает исключительное достоинство любых оптимизационных задач: *небольшая погрешность аргумента вблизи максимума практически незначительно изменяет численное значение функции.*

А теперь рассмотрим другой пример, относящийся к применению полученных выше рабочих расчётных выражений.

Пример 4.3

Будем считать, что в результате минимального маркетингового эксперимента получены следующие значения маркетинговых параметров:

$$y_L = 31{,}87\,\$\,;\quad R_L = 50\,/\,дн.$$

Пусть себестоимость $x = 2\,\$$. Тогда расчёт по формуле (4.23) показывает, что предприятие является прибыльным, если темп текущих расходов $L < 350\,\$\,/\,дн.$

Будем считать, что текущие расходы предприятия характеризуются темпом $L = 100\,\$\,/\,дн.$ Рассчитаем для такого случая по формуле (4.24) границы ценовой области прибыльности. Получаем:

$$y_{(-)} = 3{,}31\,\$\,,\quad y_{(+)} = 28{,}55\,\$\,.$$

При $L = 200\,\$\,/\,дн.$ область прибыльности заметно сужается:

$$y_{(-)} = 6{,}16\,\$\,,\quad y_{(+)} = 25{,}71\,\$\,.$$

При $L = 300\,\$\,/\,дн.$ сужение области прибыльности ещё заметнее:

$$y_{(-)} = 10{,}30\,\$\,,\quad y_{(+)} = 21{,}57\,\$\,.$$

При $L = 350\,\$\,/\,дн.$ ширина области прибыльности равна нулю.

Оптимальные цены продажи и зависящие от этих цен переменные для различных ценовых моделей

Переходим к нахождению оптимальных цен y_B^*, y_Q^*, y_g^* и y_C^*, показанных на рисунках 4.5 - 4.8. Численное значение

каждой цены зависит от того, какую из четырёх исследуемых величин предприниматель намерен максимизировать. Ниже приводятся основные рабочие расчётные формулы.

1). *Линейная ценовая модель*

1.1). Начнём с максимизации заключительной прибыли. Здесь удобно ввести такое обозначение:

$$U_L = xR_L\,/\,L\ . \tag{4.25}$$

Исследование выражения (4.19) показывает, что оно достигает наибольшего значения при цене

$$y_B{}^* = y_L - \sqrt{xy_L\,/\,U_L} = y_L - \sqrt{y_L L\,/\,R_L}\ . \tag{4.26}$$

При такой цене заключительная прибыль является максимально возможной. Она равна

$$B_M = B(y_B{}^*,\,t_0) = N_0[\,y_L - 2\,(x\,y_L\,/U_L\,)^{1/2} - x\,]\,. \tag{4.27}$$

При цене (4.25), максимизирующей заключительную прибыль, полное время сбыта:

$$t_0(y_B{}^*) = \frac{N_0}{R_L}\sqrt{\frac{y_L U_L}{x}} = N_0\sqrt{\frac{y_L}{L R_L}}\ ; \tag{4.28}$$

фактический темп прибыли:

$$Q_f(y_B{}^*) = R_L\,(\,x\,/\,U_L\,y_L\,)^{1/2}[\,y_L - 2\,(x\,y_L\,/U_L\,)^{1/2} - x\,]\,; \tag{4.29}$$

темп выручки:

$$g(y_B{}^*) = R_L\,\frac{x}{U_L}[\sqrt{\frac{y_L U_L}{x}} - 1]\ = \sqrt{y_L R_L L} - L\ ; \tag{4.30}$$

темп сбыта:

$$R(y_B{}^*) = R_L\sqrt{\frac{x}{y_L U_L}} = \sqrt{R_L L\,/\,y_L}\ ; \tag{4.31}$$

рентабельность:

$$C(y_B{}^*) = \frac{(y_L - x - \sqrt{y_L\, x\, / U_L})\sqrt{y_L\, U_L / x} - y_L}{\sqrt{y_L\, x U_L} + y_L}\ . \quad (4.32)$$

Напомним ещё раз, что выражения (4.26) - (4.32) следует рассматривать как расчётные формулы только в том случае, когда предприниматель ставит перед собой задачу получить наибольшую возможную величину заключительной прибыли.

1.2). Теперь проведём максимизацию фактического темпа прибыли. Выражение (4.20) достигает максимума при цене

$$y_Q{}^* = (1/2)\,(\,y_L + x\,)\,. \quad (4.33)$$

При этой цене наибольший возможный темп прибыли

$$Q_M = Q_f(y_Q{}^*) = R_L\,[\,(y_L - x)^2 / \,4y_L - x / U_L\,]\,. \quad (4.34)$$

При цене (4.33), максимизирующей фактический темп прибыли, полное время распродажи:

$$t_0(y_Q{}^*) = 2\,y_L\,N_0 / \,R_L(y_L - x)\,; \quad (4.35)$$

заключительная прибыль:

$$B(y_Q{}^*,\,t_0) = N_0\,[\,(y_L - x)/2 - 2\,x\,y_L / \,U_L(y_L - x)\,]\,; \quad (4.36)$$

темп выручки:

$$g\,(y_Q{}^*) = (R_L / 4y_L)\,[\,(\,y_L)^2 - x^2\,]\,; \quad (4.37)$$

темп сбыта:

$$R(y_Q{}^*) = (\,R_L / \,2\,y_L)\,(\,y_L - x)\ ; \quad (4.38)$$

рентабельность:

$$C(y_Q{}^*) = \frac{(y_L - x)^2 - 4\,x\,y_L / U_L}{2x(y_L - x) + 4\,x\,y_L / U_L}\,. \quad (4.39)$$

Выражения (4.34) - (4.39) являются расчётными формулами для случая, когда предприниматель ставит перед собой задачу максимизировать фактический темп сбыта.

1.3). Проведём максимизацию темпа выручки. Исследование формулы (4.21), показывает, что функция *g(y)* достигает максимума при цене

$$y_g{}^* = y_L\,/2\,. \quad (4.40)$$

Наибольший возможный темп выручки при этой цене:

$$g_M\ =\ g(y_g{}^*)\ =\ y_L R_L / 4\,. \quad (4.41)$$

При цене (4.40), максимизирующей темп выручки, время полной распродажи:

$$t_0(y_g{}^*) = 2\,N_0 / R_L\ ; \quad (4.42)$$

заключительная прибыль:

$$B(y_g{}^*,\,t_0) = N_0(\,y_L / \,2 - \ x - 2\,x / \,U_L)\ ; \quad (4.43)$$

фактический темп прибыли:

$$Q_f(y_g{}^*) = (R_L\,/2)\,(\,y_L / \,2 - x - 2\,x / \,U_L)\ ; \quad (4.44)$$

темп сбыта:

$$R(y_g{}^*) = R_L / \,2\ \ ; \quad (4.45)$$

рентабельность:

$$C(y_g{}^*) = \frac{(y_L - 2x) - 4x / U_L}{2x + 4x / U_L}\,. \quad (4.46)$$

Выражения (4.40) - (4.46) являются расчётными формулами в том случае, когда предприниматель ставит перед собой задачу оптимизировать процесс сбыта посредством максимизации темпа выручки.

1.4). Теперь проведём максимизацию рентабельности. Выражение (4.22) достигает максимума при цене

$$y_C{}^* = \frac{y_L\sqrt{1 + U_L}}{\sqrt{1 + U_L} + 1}\,. \quad (4.47)$$

При этой цене рентабельность:

$$C_M = C(y_C{}^*) = \frac{y_L\,U_L}{x\,(\sqrt{1+U_L}+1)^2} - 1\,, \qquad (4.48)$$

заключительная прибыль:

$$B(t_0, y_C{}^*) = N_0\sqrt{1+U_L}\,[\frac{y_L}{\sqrt{1+U_L}+1} - \frac{x}{U_L}(\sqrt{1+U_L}+1)]\,, \qquad (4.49)$$

темп выручки:

$$g(y_C{}^*) = \frac{y_L\,R_L\,\sqrt{1+U_L}}{(\sqrt{1+U_L}+1)^2}\,, \qquad (4.50)$$

время полной распродажи:

$$t_0(y_C{}^*) = \frac{N_0}{R_L}(\sqrt{U_L+1}+1)\,, \qquad (4.51)$$

фактический темп прибыли:

$$Q_f(y_C{}^*) = R_L\,\sqrt{1+U_L}\,[\frac{y_L}{(\sqrt{1+U_L}+1)^2} - \frac{x}{U_L}]\,, \qquad (4.52)$$

темп сбыта:

$$R(y_C{}^*) = \frac{R_L}{\sqrt{1+U_L}+1}\,. \qquad (4.53)$$

Выражения (4.47) - (4.53) являются расчётными формулами в том случае, когда предприниматель ставит перед собой задачу оптимизировать деятельность фирмы посредством максимизации рентабельности.

Пример 4.4

Проведём численный расчёт приведенных выше оптимальных цен y^* и соответствующих этим ценам величин $B(t_0)$, Q_f, g, t_0, R и C, используя такие числовые данные:
$y_L = 100\,\$$, $R_L = 50\,/\,дн.$, $x = 20\,\$$, $L = 400\,\$\,/\,дн.$, $N_0 = 1000$.

Результаты расчёта удобно представить в виде таблицы.

В этой таблице первая числовая строка относится к величинам, полученным при максимизации заключительной прибыли $B(t_0)$ (для этого случая цена $y^* = y_B{}^*$); вторая числовая

строка - при максимизации рентабельности C (здесь $y^* = y_C{}^*$), третья числовая строка - при максимизации фактического темпа прибыли Q_f (здесь $y^* = y_Q{}^*$); четвёртая числовая строка - при максимизации темпа выручки g (здесь $y^* = y_g{}^*$). Все величины в этой таблице и четырёх последующих относятся к соответствующим оптимальным ценам. Напомним принятые здесь и в последующих сходных таблицах размерности:

ТАБЛИЦА - 4.1

	y^*	t_0	R	Q_f	C	g	$B(t_0)$
max $B(t_0)$	72	71	14	330	0.48	1010	23 400
max C	65	57	17	387	0,52	1135	22 200
max $Q f$	60	50	20	400	0.50	1200	20 000
max g	50	40	25	350	0.39	1250	14 000

$[y^*] = \$$, $[B(t_0)] = \$$, $[t_0] = дн.$, $[C] = 1$,
$[R] = 1/дн.$, $[Q_f] = \$\,/\,дн.$, $[g] = \$\,/\,дн.$

Из этой таблицы видно, например, что цена, максимизирующая заключительную прибыль, оказалась при использованных исходных данных выше других максимизирующих цен. Вследствие этого и время полной распродажи при цене $y_B{}^*$ оказалось наибольшим. Можно показать, что при выполнении условия прибыльности (4.23) всегда имеет место такая цепь неравенств максимизирующих цен:

$$y_B{}^* > y_C{}^* > y_Q{}^* > y_g{}^*. \qquad (4.54)$$

Соответственно

$$t_0(y_B{}^*) > t_0(y_C{}^*) > t_0(y_Q{}^*) > t_0(y_g{}^*)\,. \qquad (4.55)$$

Можно показать (см. Приложение 6), что последние два неравенства справедливы не только для линейной ценовой модели темпа сбыта, но также и для любой формы кривой спроса, в которой темп сбыта монотонно падает с ростом цены продажи.

2). *Гиперболическая модель*

Исследование этой модели (см. формулу (2.3)) показывает, что прибыль может быть получена лишь при выполнении условия

$$Y^{1/2} > x^{1/2} + (L/R_H)^{1/2}. \tag{4.56}$$

Здесь удобно ввести такое обозначение:

$$U_H = xR_H / L\ . \tag{4.57}$$

2.1). Рассмотрим режим максимизации прибыли в момент полной распродажи. Для этого случая расчётная формула для оптимальной цены y_B^* имеет вид

$$y_B^* = Y - \sqrt{xY/U_H} = Y - \sqrt{YL/R_H}\ . \tag{4.58}$$

При такой цене темп сбыта:

$$R(y_B^*) = R_H\ /[\ (Y\,U_H/x)^{1/2} - 1\ ]; \tag{4.59}$$

время полной распродажи:

$$t_0(y_B^*) = (N_0/R_H)\ [\ (Y\,U_H/x)^{1/2} - 1\ ]; \tag{4.60}$$

заключительная прибыль:

$$B_M = B(y_B^*,\ t_0) = N_0\{\ [\ Y^{1/2} - (L/R_H)^{1/2}\ ]^2 - x\ \}; \tag{4.61}$$

фактический темп прибыли:

$$Q_f(y_B^*) = R_H\{\ [\ Y^{1/2} - (x/U_H)^{1/2}]^2 - x\ \}/[(\ YU_H/x\ )^{1/2} - 1)]; \tag{4.62}$$

темп выручки:

$$g(y_B^*) = R_H\ (Yx/\ U_H)^{1/2}\ =\ (Y\,L\,R_H)^{1/2}; \tag{4.63}$$

рентабельность:

$$C(y_B^*) = \frac{U_H\left(\frac{Y}{x} - \sqrt{\frac{Y}{xU_H}} - 1\right)\left(\sqrt{\frac{Y}{x}} - 1\right) - 1}{1 + U_H\left(\sqrt{\frac{Y}{x}} - 1\right)}\ . \tag{4.64}$$

2.2). При максимизации фактического темпа прибыли последний достигает наибольшего значения при цене

$$y_Q^* = (\,x\,Y\,)^{1/2}. \tag{4.65}$$

При этой цене он равен

$$Q_M = Q_f(y_Q^*) = R_H[\ (\ Y^{1/2} - x^{1/2})^2 - x/U_H\ ]; \tag{4.66}$$

темп сбыта:

$$R(y_Q^*) = R_H[\ (Y/x)^{1/2} - 1)\ ; \tag{4.67}$$

время полной распродажи:

$$t_0(y_Q^*) = N_0/R_H[(\ Y/x\ )^{1/2} - 1)\ ; \tag{4.68}$$

темп выручки:

$$g(y_Q^*) = R_H[\ Y - (\,xY\,)^{1/2}\ ]; \tag{4.69}$$

заключительная прибыль:

$$B(y_Q^*,\ t_0) = N_0[(\ Y^{1/2} - x^{1/2}\ )^2 - x/U_H]\ /\ [\ (Y/x\ )^{1/2} - 1]; \tag{4.70}$$

рентабельность:

$$C(y_Q^*) = \frac{U_H\left(\sqrt{\frac{Y}{x}} - 1\right)^2 - 1}{1 + U_H\left(\sqrt{\frac{Y}{x}} - 1\right)}. \tag{4.71}$$

Обратим внимание на формулу (4.65). Она показывает, что наилучшая цена сбыта y_Q^* является средним геометрическим из себестоимости единицы товара x и предельной цены сбыта Y. Теперь становится понятным смысл формулы (3.1), указывающей область цен, где следует проводить маркетинговый эксперимент.

2.3). В этом разделе проведём максимизацию рентабельности. Выражение (4.14) для данной модели достигает максимума при цене

$$y_C^* = \frac{Y\sqrt{U_H}}{\sqrt{U_H} + 1}. \tag{4.72}$$

При этой цене рентабельность:

$$C_M = C(y_C*) = \frac{Y\,U_H}{x\,(\sqrt{U_H}+1)^2} - 1 \quad ; \qquad (4.73)$$

заключительная прибыль:

$$B(t_0, y_C*) = \frac{N_0}{\sqrt{U_H}}\left[\frac{Y\,U_H}{\sqrt{U_H}+1} - x(\sqrt{U_H}+1)\right] \quad ; \qquad (4.74)$$

темп выручки:

$$g(y_C*) = \frac{Y\,R_H}{\sqrt{U_H}+1} \; ; \qquad (4.75)$$

время полной распродажи:

$$t_0(y_C*) = \frac{N_0}{R_H}\sqrt{U_H} \quad ; \qquad (4.76)$$

фактический темп прибыли:

$$Q_f(y_C*) = L\left[\frac{Y\,U_H}{x\,(\sqrt{U_H}+1)} - (\sqrt{U_H}+1)\right] \; ; \qquad (4.77)$$

темп сбыта:

$$R(y_C*) = R_H / \sqrt{U_H} \; . \qquad (4.78)$$

Выражения (4.72) - (4.78) являются расчётными формулами в том случае, когда предприниматель ставит перед собой задачу оптимизировать деятельность фирмы посредством максимизации рентабельности.

Для гиперболической ценовой модели темп выручки

$$g(y) = R_H\,(Y - y) \, . \qquad (4.79)$$

Эта величина, рассматриваемая как функция цены продажи, в рамках данной модели экстремума не имеет. Отсюда следует, что гиперболической модели в данном случае недостаточно. На практике темп выручки всегда имеет ценовой максимум при некоторой цене, лежащей ниже трёх других оптимальных цен

(см. (4.54)). Его можно поискать, повторив ценовой эксперимент по определению ценовой модели и маркетинговых параметров в области цен ниже цены y_Q*. Скорее всего, в этой области наилучшей окажется не гиперболическая, а другая модель, допускающая максимизацию функции *g(y)*.

Пример 4.5

Проведём численный расчёт приведенных выше оптимальных цен y_B* и y_Q* и соответствующих этим ценам величин $B(y^*, t_0)$, Q_f, C, g, t_0, R на основе таких числовых данных: $Y = 25\,\$$, $R_H = 150$ / дн., $x = 4\,\$$, $L = 600\,\$$ / дн., $N_0 = 1000$. Подставляя эти числа в формулу (4.56), убеждаемся, что необходимое и достаточное условие прибыльности предприятия выполнено.

Результаты расчёта удобно снова представить в виде Таблицы - 4.2, сходной по форме с Таблицей - 4.1 (размерности - те же).

ТАБЛИЦА - 4.2

max ↓	y^*	t_0	R	Q_f	C	g	$B(t_0)$
$B(t_0)$	15	10	100	500	0.48	1500	5 000
C	12,5	6,67	150	675	0,56	1875	4500
Q_f	10	4,4	225	750	0.50	2250	3 333

3). *Изоэластичная модель*

В данной модели темп сбыта задаётся формой (2.5).

3.1). В режиме максимизации прибыли в заключительный момент продажи наилучшей ценой сбыта является цена

$$y_B* = (S_\lambda / \lambda\, L)^{\,1/(\lambda - 1)} \, . \qquad (4.80)$$

При этой цене заключительная прибыль:

$$B_M = B(y_B^*, t_0) = N_0 [(1 - 1/\lambda)(S_\lambda / \lambda L)^{1/(\lambda - 1)} - x]; \quad (4.81)$$

темп сбыта:

$$R(y_B^*) = S_\lambda (\lambda L / S_\lambda)^{\lambda/(\lambda - 1)}; \quad (4.82)$$

время полной распродажи:

$$t_0(y_B^*) = (N_0/S_\lambda)(S_\lambda / \lambda L)^{\lambda/(\lambda - 1)}; \quad (4.83)$$

темп выручки:

$$g(y_B^*) = \lambda L; \quad (4.84)$$

фактический темп прибыли:

$$Q_f(y_B^*) = S_\lambda (\lambda L / S_\lambda)^{\lambda/(\lambda - 1)} [(1 - 1/\lambda)(S_\lambda/\lambda L)^{1/(\lambda - 1)} - x]. \quad (4.85)$$

рентабельность:

$$C(y_B^*) = \frac{(\lambda - 1)L - xS_\lambda (\lambda L / S_\lambda)^{\lambda/(\lambda-1)}}{L + xS_\lambda (\lambda L / S_\lambda)^{\lambda/(\lambda-1)}} \ . \quad (4.86)$$

Условие прибыльности предприятия может быть представлено в виде такого неравенства:

$$S_\lambda / \lambda L > [\lambda x / (\lambda - 1)]^{\lambda - 1}. \quad (4.87)$$

3.2). При максимизации фактического темпа прибыли наилучшей ценой сбыта является цена

$$y_Q^* = \lambda x / (\lambda - 1). \quad (4.88)$$

Напоминаем, что здесь и ниже рассматривается случай $\lambda > 1$.

Фактический темп прибыли при цене (4.88):

$$Q_M = Q_f(y_Q^*) = (S_\lambda/\lambda)[(\lambda - 1)/x\lambda]^{\lambda - 1} - L; \quad (4.89)$$

темп сбыта:

$$R(y_Q^*) = S_\lambda [(\lambda - 1)/x\lambda]^\lambda; \quad (4.90)$$

темп выручки:

$$g(y_Q^*) = S_l [(\lambda - 1)/xl]^{\lambda - 1}; \quad (4.91)$$

время полной распродажи:

$$t_0(y_Q^*) = (N_0 / S_\lambda)[\lambda x / (\lambda - 1)]^\lambda; \quad (4.92)$$

заключительная прибыль:

$$B(y_Q^*, t_0) = [N_0 x / (\lambda - 1)] \{1 - (\lambda^\lambda L / S_l)[x/(l - 1)]^{l - 1}\}; \quad (4.93)$$

рентабельность:

$$C(y_Q^*) = \frac{S_\lambda \lambda^{-\lambda} [(\lambda - 1)/x]^{\lambda - 1} - L}{xS_\lambda [(\lambda - 1)/\lambda x]^\lambda + L} \ . \quad (4.94)$$

3.3). При максимизации рентабельности наилучшей ценой сбыта является цена

$$y_C^* = [\frac{xS_\lambda}{(\lambda - 1)L}]^{1/\lambda} \ . \quad (4.95)$$

При этой цене рентабельность равна

$$C_M = C(y_C^*) = \frac{1}{\lambda}\{\frac{(\lambda - 1)}{x}[\frac{xS_\lambda}{(\lambda - 1)L}]^{1/\lambda} - \lambda\}; \quad (4.96)$$

темп сбыта:

$$R(y_C^*) = L(\lambda - 1)/x \ ; \quad (4.97)$$

время полной распродажи:

$$t_0(y_C^*) = N_0 x / (\lambda - 1) L \ ; \quad (4.98)$$

заключительная прибыль:

$$B(t_0, y_C^*) = N_0 \{[\frac{xS_\lambda}{(\lambda - 1)L}]^{1/\lambda} - \frac{\lambda x}{\lambda - 1}\}; \quad (4.99)$$

$$B(t_0, y_C^*) = N_0(y_C^* - y_Q^*)\,; \tag{4.100}$$

средний темп прибыли:

$$Q_f(t_0, y_C^*) = \frac{(\lambda-1)L}{x}\{[\frac{xS_\lambda}{(\lambda-1)L}]^{1/\lambda} - \frac{\lambda x}{\lambda-1}\}\,; \tag{4.101}$$

$$Q_f(t_0, y_C^*) = (y_C^* - y_Q^*)R(y_C^*)\,; \tag{4.102}$$

темп выручки:

$$g(y_C^*) = S_\lambda[\frac{xS_\lambda}{(\lambda-1)L}]^{(1-\lambda)/\lambda}\,. \tag{4.103}$$

Выражение (4.88) является одной из форм так называемой формулы Аморозо-Робинсона. Из него следует, что при очень высокой эластичности рынка $(E = \lambda >> 1)$ наилучшая цена очень близка к себестоимости:

$$y_Q^* \approx x\,(1 + 1/\lambda)\,. \tag{4.104}$$

Отсюда также вытекает, что на рынке свободной конкуренции, для которого характерна высокая эластичность (следовательно, $\lambda >> 1$), цена продажи не может намного превышать себестоимость товара. На этом рынке продавцы при всём желании не могут заметно снизить цену товара, ибо она и так близка к себестоимости.

Если же эластичность сбыта лишь слегка превышает единицу, то наилучшая цена продажи намного превышает себестоимость.

Темп выручки для изоэластичной модели имеет вид

$$g(y) = S_\lambda / y^{\lambda - 1}\,. \tag{4.105}$$

Здесь зависимость темпа выручки от цены, также как и при гиперболической ценовой модели, имеет монотонный характер. В этом случае уместно обратиться к тем же рассуждениям, которые мы производили при рассмотрении гиперболической модели.

Пример 4.6

Проведём, как и в Примере 4.5 , численный расчёт оптимальных цен y_B^* и y_Q^* и соответствующих этим ценам величин $B(y^*, t_0)$, C, Q_f, g, t_0, R. Используем такие числовые данные:

$\lambda = 2$, $S_l = 1{,}2 \times 10^4\,\$^2/дн.$, $x = 3\,\$$, $L = 500\,\$/дн.$, $N_0 = 1000.$

Подставляя эти числа в формулу (4.87), убеждаемся, что необходимое условие прибыльности предприятия выполнено.

Результаты расчёта представлены в виде Таблицы - 4.3, сходной с Таблицей - 4.1 (размерности - те же).

ТАБЛИЦА - 4.3

$max \downarrow$	y^*	t_0	R	C	Q_f	g	$B(t_0)$
$B(t_0)$	12	12	83,3	0,33	250	1000	3000
C	8,5	6	167	0,415	418	1400	2500
Q_f	6	3	333	0,33	500	2000	1500

4). *Экспоненциальная модель*

Для этой модели зависимость темпа сбыта от цены продажи даётся соотношением (2.7).

4.1). Заключительная прибыль в рассматриваемом случае достигает наибольшего значения при цене

$$y_B^* = v \ln(vR_v/L) \tag{4.106}$$

и равна

$$B_M = B(y_B^*, t_0) = N_0\{v[\ln(v R_v/L) - 1] - x\}\,. \tag{4.107}$$

При цене (4.106) темп сбыта:

$$R(y_B^*) = L / v\,; \tag{4.108}$$

время полной распродажи:

$$t_0\,(y_B{}^*) = v\,N_0\,/\,L\,; \qquad (4.109)$$

темп выручки:

$$g\,(y_B{}^*) = L\ln\,(v\,R_v\,/L\,)\,; \qquad (4.110)$$

фактический темп прибыли:

$$Q_{cp.}(y_B{}^*) = L\,[\,\ln\,(v\,R_v\,/L\,)\,\text{-}\,1 - x\,/\,v\,]\,; \qquad (4.111)$$

рентабельность:

$$C(y_B{}^*) = \frac{v}{x+v}\ln(\frac{vR_v}{L}) - 1\;. \qquad (4.112)$$

Необходимое и достаточное условие прибыльности предприятия:

$$\ln\,(v\,R_v\,/L\,) > 1 + x\,/\,v\,. \qquad (4.113)$$

4.2). Если производится максимизация фактического темпа прибыли, то наилучшей ценой сбыта является цена

$$y_Q{}^* = x + v\,. \qquad (4.114)$$

При этой цене фактический темп прибыли:

$$Q_M = Q_f\,(y_Q{}^*) = vR_v \exp\,(\,\text{-}\,1 - x\,/\,v)\,\text{-}\,L\,; \qquad (4.115)$$

темп сбыта:

$$R(y_Q{}^*) = R_v \exp(\,\text{-}\,1 - x\,/\,v)\,; \qquad (4.116)$$

время полной распродажи:

$$t_0(y_Q{}^*) = (\,N_0/\,R_v)\exp(1 + x\,/\,v)\,; \qquad (4.117)$$

темп выручки:

$$g(y_Q{}^*) = (x+v)\,R_v \exp(\,\text{-}\,1 - x\,/\,v)\,; \qquad (4.118)$$

заключительная прибыль:

$$B(t_0, y_Q{}^*) = v\,N_0[\,1\,\text{-}\,(L\,/vR_v)\exp(1 + x\,/\,v)\,]\,; \qquad (4.119)$$

рентабельность:

$$C(y_Q{}^*) = \frac{vR_v\exp(-1 - x\,/\,v) - L}{xR_v\exp(-1 - x\,/\,v) + L}\;. \qquad (4.120)$$

Условие прибыльности предприятия можно представить в виде

$$L < vR_v \exp(\,\text{-}\;\;1 - x\,/\,v)\,. \qquad (4.121)$$

Из формулы (4.114) видно, что выражение для наилучшей цены имеет предельно простой вид: оптимальной ценой является сумма себестоимости и ценового p-параметра.

4.3). Для экспоненциальной модели темп выручки является немонотонной функцией цены. Эта функция достигает максимума при цене

$$y_g{}^* = v\,. \qquad (4.122)$$

При этой цене темп выручки:

$$g_M = g(y_g{}^*) = vR_v\,/\,\boldsymbol{e} \qquad (\boldsymbol{e} = 2{,}731828...)\,; \qquad (4.123)$$

темп сбыта:

$$R(y_g{}^*) = R_v\,/\,\boldsymbol{e}\;\;; \qquad (4.124)$$

время полной распродажи:

$$t_0(y_g{}^*) = N_0\,\boldsymbol{e}\,/R_v\,; \qquad (4.125)$$

заключительная прибыль:

$$B(y_g{}^*, t_0) = N_0\,(\,v\,\text{-}\,x\,\text{-}\,\boldsymbol{e}\;L\,/R_v)\,; \qquad (4.126)$$

фактический темп прибыли:

$$Q_{f.}(y_g{}^*) = (\,v\,\text{-}\,x)\;R_v/\boldsymbol{e}\,\text{-}\,L\,; \qquad (4.127)$$

рентабельность:

$$C(y_g{}^*) = \frac{(v-x)R_v - eL}{xR_v + eL}\,. \qquad (4.128)$$

4.4). Максимум рентабельности достигается при цене

$$y_C{}^* = v\,z(U_v)\,. \qquad (4.129)$$

Здесь $z(U_v)$ является положительным вещественным корнем трансцедентного уравнения

$$z = 1 + U_v \exp(-z) , \qquad (4.130)$$

где

$$U_v = xR_v / L . \qquad (4.131)$$

При $U_v << 1 \quad z \approx 1 + U_v / \mathbf{e}$;
при $U_v >> 1 \quad z \approx \ln[U_v / \ln U_v]$.

При цене y_C* темп сбыта рассчитывается по такой формуле:

$$R(y_C^*) = [z(U_v) - 1]R_v / U_v . \qquad (4.132)$$

Зависимость $z(U_v)$ показана графически на рис. 4.10.

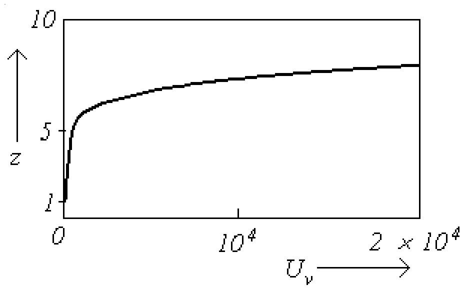

Рис. 4.10.

Пример 4.7

Проведём численный расчёт приведенных выше оптимальных цен y_B^*, y_Q^* и y_g^* и соответствующих этим ценам величин $B(t_0)$, Q_f, C, g, t_0 и R на основе таких числовых данных:

$v = 1\,\$$, $R_v = 10^4/$дн., $x = 0{,}8\,\$$, $L = 1000\,\$/$ дн., $N_0 = 10^5$.

Результаты проведенного расчёта представляем ниже в виде Таблицы - 4.4. Напомним принятые в таблицах размерности:

$[y^*] = \$$, $[B_M] = \$$, $[t_0] =$ дн., $[R] = 1/$дн.,
$[Q_f] = \$/$ дн., $[g] = \$/$дн., $[C] = 1$.

Из этой таблицы видно, что режим наибольшего темпа выручки оказался неблагоприятным: заключительная прибыль,

а с ней рентабельность и средний темп прибыли получились отрицательными. Таким образом, фирма, действуя в режиме максимизации темпа выручки, при принятых в этом примере числах терпит итоговый убыток. Другие режимы, как видно из данной таблицы, являются прибыльными.

ТАБЛИЦА - 4.4

max ↓	y^*	t_0	R	Q_f	C	g	$B(t_0)$
$B(t_0)$	2,3	100	1000	503	0.28	2303	50260
C	2,04	76,9	1300	612	0,30	2652	47060
Q_f	1,8	60,5	1653	653	0.28	2975	39500
g	1,0	27,3	3661	-268	- 0.07	3661	-7320

5). *Эллиптическая модель*

5.1). Для этой модели, заданной формой (2.9), цена y_B*, максимизирующая заключительную прибыль, является положительным вещественным корнем алгебраического уравнения шестой степени:

$$[1 - (y / y_e)^2]^3 = (y L / R_e y_e^2)^2 . \qquad (4.133)$$

Условие прибыльности предприятия можно записать в виде

$$y_B^* - x - (L / R_e)(y_e^2 R_e / L y_B^*)^{1/3} > 0 . \qquad (4.134)$$

Ситуация заметно упрощается при выполнении условия

$$y_e >> L / R_e . \qquad (4.135)$$

Тогда из уравнения (4.133) получаем:

$$y_B^* » y_e [1 - (1/2)(L / y_e R_e)^{2/3}] . \qquad (4.136)$$

При этом интересующие нас величины задаются такими расчётными формулами:

$$R(y_B^*) \approx R_e (L / y_e R_e)^{1/3}; \qquad (4.137)$$

$$t_0 (y_B^*) \approx (N_0 / R_e)(y_e R_e / L)^{1/3}; \qquad (4.138)$$

$$g(y_B^*) \approx [(y_e R_e)^2 L]^{1/3}. \qquad (4.139)$$

Пусть к тому же $y_e >> x$. В этом случае

$$B(y_B^*) \approx N_0 y_e [1 - (3/2)(L / y_e R_e)^{2/3}]; \qquad (4.140)$$

$$Q_{f.}(y_B^*) \text{»} L[(y_e R_e / L)^{2/3} - 3/2]. \qquad (4.141)$$

$$C(y_B^*) \approx \frac{y_e R_e (L / y_e R_e)^{1/3} - L}{x R_e (L / y_e R_e)^{1/3} + L}; \qquad (4.142)$$

5.2). При максимизации фактического темпа прибыли наилучшей является цена

$$y_Q^* = (x/4)[1 + (1 + 8 y_e^2 / x^2)^{1/2}]. \qquad (4.143)$$

В случае, когда предельная цена y_e во много раз превышает себестоимость x, выражение для оптимальной цены сильно упрощается:

$$y_Q^* \approx y_e / \sqrt{2}. \qquad (4.144)$$

При цене (4.143) темп сбыта:

$$R(y_Q^*) = R_e \{1 - (x^2 / 16 y_e^2)[1 + (1 + 8 y_e^2 / x^2)^{1/2}]^2\}^{1/2}, \qquad (4.145)$$

полное время распродажи:

$$t_0(y_Q^*) = N_0 / R_e \{1 - (x^2 / 16 y_e^2)[1 + (1 + 8 y_e^2 / x^2)^{1/2}]^2\}^{1/2}, \qquad (4.146)$$

фактический темп прибыли:

$$Q_M = Q_{ср.}(y_Q^*) = (x R_e / 4)[(1 + 8 y_e^2 / x^2)^{1/2} - 3] \times$$

$$\times \{1 - (x^2 / 16 y_e^2)[1 + (1 + 8 y_e^2 / x^2)^{1/2}]^2\}^{1/2} - L, \qquad (4.147)$$

темп выручки:

$$g(y_Q^*) = (x/4)[1 + (1 + 8 y_e^2 / x^2)^{1/2}] R_e \times$$

$$\times \{1 - (x^2 / 16 y_e^2)[1 + (1 + 8 y_e^2 / x^2)^{1/2}]^2\}^{1/2}, \qquad (4.148)$$

заключительная прибыль:

$$B(y_Q^*, t_0) = N_0 x \{(1/4)[1 + (1 + 8 y_e^2 / x^2)^{1/2}] - 1\} -$$

$$- N_0 L / R_e \{1 - (x^2 / 16 y_e^2)[1 + (1 + 8 y_e^2 / x^2)^{1/2}]^2\}^{1/2}. \qquad (4.149)$$

рентабельность:

$$C(y_Q^*) = \frac{x R_e [(1/4)(1 + \sqrt{1 + 8 y_e^2 / x^2}) - 1]}{x R_e [(1 - x^2 / 16 y_e^2)(1 + \sqrt{1 + 8 y_e^2 / x^2})^2]^{1/2} + L} \times$$

$$\times \frac{[(1 - x^2 / 16 y_e^2)(1 + \sqrt{1 + 8 y_e^2 / x^2})^2]^{1/2}}{x R_e [(1 - x^2 / 16 y_e^2)(1 + \sqrt{1 + 8 y_e^2 / x^2})^2]^{1/2} + L} - \qquad (4.150)$$

$$- \frac{L}{x R_e [(1 - x^2 / 16 y_e^2)(1 + \sqrt{1 + 8 y_e^2 / x^2})^2]^{1/2} + L}$$

5.3). Если производится максимизация темпа выручки, то наилучшей является цена

$$y_g^* = y_e / \sqrt{2}. \qquad (4.151)$$

При такой цене темп выручки:

$$g_M = g(y_g^*) = y_e R_e / 2; \qquad (4.152)$$

темп сбыта:

$$R(y_g^*) = R_e / (2)^{1/2}; \qquad (4.153)$$

время полной распродажи:

$$t_0(y_g^*) = N_0 (2)^{1/2} / R_e; \qquad (4.154)$$

заключительная прибыль:

$$B(t_{0,}\, y_g^*) = N_0[\, y_e/(2)^{1/2} - x] - L\, N_0(2)^{1/2}/R_e\,; \qquad (4.155)$$

фактический темп прибыли:

$$Q_f(y_g^*) = [\, R_e/(2)^{1/2}][\, y_e/(2)^{1/2} - x] - L\,, \qquad (4.156)$$

рентабельность:

$$C(y_g^*) = \frac{(y_e/\sqrt{2} - x)R_e - \sqrt{2}L}{xR_e + \sqrt{2}L}\ . \qquad (4.157)$$

5.4). Максимум рентабельности достигается при цене

$$y_C^* = y_e\,[w(U_e)]^{1/2}. \qquad (4.158)$$

Здесь $w(U_e)$ является положительным вещественным корнем трансцедентного уравнения

$$1 - 2w + U_e\,(1 - w)^{3/2} = 0\ , \qquad (4.159)$$

где

$$U_e = xR_e/L\ . \qquad (4.160)$$

При $U_e << 1 \quad w \approx 1/2 + U_e/4\sqrt{2}$;

при $U_e >> 1 \quad w \approx \ln[\frac{U_e}{\ln U_e - 1}]$.

При цене y_C^* темп сбыта рассчитывается по такой формуле:

$$R(y_C^*) = R_e\sqrt{1 - w(U_e)}\ . \qquad (4.161)$$

Зависимость $w(U_e)$ показана графически на рис. 4.11.

Пример 4.8

В этом примере произведём расчёт по формулам (4.133) - (4.161) при таких численных данных:

$$x = 1\,\$\,,\ R_e = 10^3/\text{дн.}\,,\ y_e = 10\,\$\,,\ L = 2000\,\$/\text{дн.}\,,\ N_0 = 3\times 10^4\,.$$

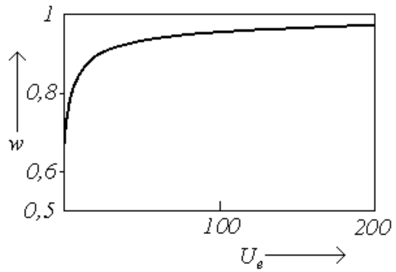

Рис. 4.11.

Результаты расчёта приведены в Таблице - 4.5.

ТАБЛИЦА - 4.5

max ↓	y^*	t_0	R	Q_f	C	g	$B(t_0)$
$B(t_0)$	8,35	54,5	550	2046	0.801	4596	111498
C	7,55	45,7	656	2295	0,865	4953	104882
Q_f	7,33	44,1	681	2306	0.862	4987	101695
g	7,07	42,4	707	2293	0.847	5000	97261

Пример 4.9

Этот пример является продолжением Примера 3.4. Используем значения маркетинговых параметров, полученные в этом примере, и формулы (4.33), (4.34), (4.65), (4.66), (4.88), (4.89), (4.114), (4.115), (4.143), (4.147) для расчёта максимального фактического темпа сбыта $Q_f(y_Q^*)$ и соответствующей ему цены y_Q^*.

При расчётах полагаем здесь себестоимость $x = 5\,\$$ и темп текущих расходов $L = 200\,\$/\text{дн.}$ Приведём полученные результаты.

Линейная модель

$$y_Q^* = 10{,}83\,\$\,,\ Q_f(y_Q^*) = 310{,}7\,\$/\text{дн.}$$

Гиперболическая модель

$$y_Q^* = 10{,}61\,\$\,,\ Q_f(y_Q^*) = 302{,}9\,\$/\text{дн.}$$

Изоэластичная модель

$$y_Q^* = 10{,}23\,\$\,,\ Q_f(y_Q^*) = 310{,}0\,\$/\text{дн.}$$

Экспоненциальная модель

$$y_Q^* = 10{,}61\,\$\,,\ Q_f(y_Q^*) = 303{,}4\,\$/\text{дн.}$$

Эллиптическая модель

$$y_Q^* = 10{,}98\,\$\,,\ Q_f(y_Q^*) = 321{,}8\,\$/\text{дн.}$$

Как видим, все пять ценовых моделей дали удивительно близкие результаты. Одной из причин тому является невысокая эластичность рынка. Действительно, согласно данным рассмотренного ранее Примера 3.4 маркетинговый параметр $\lambda = 1{,}9566$. Следовательно, (см. формулу (2.6)) в данном случае эластичность спроса

$$E = \lambda \approx 2\,.$$

В следующих ниже пяти примерах мы рассчитаем полные наборы показательных величин, используя для счёта округлённые значения рыночных параметров, полученных обработкой экспериментальных данных всё того же Примера 3.4. Во всех примерах полагаем:

$$N_0 = 1000\,,\quad x = 3\,\$\,,\quad L = 300\,\$/\text{дн.}$$

Пример 4.10

Этот пример относится к линейной ценовой модели. Численные расчёты, выполненные по формулам (4.25) - (4.53) при $y_L = 16{,}667\,\$$ и $R_L = 250/\text{дн.}$, дают такие результаты:

$$y_B^* = 12{,}195\,\$\,;\quad R(y_B^*) = 67{,}07/\text{дн.}\,;\quad t_0(y_B^*) = 14{,}9\,\text{дн.}\,;$$
$$B_M = B(y_B^*, t_0) = 4722\,\$\,;\ Q_f(y_B^*) = 316{,}7\,\$/\text{дн.}\,;$$
$$g(y_B^*) = 818\,\$/\text{дн.}\,;\ C(y_B^*) = 0{,}63.$$
$$y_Q^* = 9{,}833\,\$\,;\quad R(y_Q^*) = 102{,}5/\text{дн.}\,;\quad t_0(y_Q^*) = 9{,}8\,\text{дн.}\,;$$
$$B(y_Q^*, t_0) = 3924\,\$\,;\ Q_M = Q_f(y_Q^*) = 400{,}4\,\$/\text{дн.}\,;$$
$$g(y_Q^*) = 1008\,\$/\text{дн.};\ C(y_Q^*) = 0{,}659\,.$$

$$y_g^* = 8{,}333\,\$\,;\quad R(y_g^*) = 125{,}0/\text{дн.}\,;\quad t_0(y_g^*) = 8{,}0\,\text{дн.}\,;$$

$$B(y_g^*, t_0) = 2934\,\$\,;\ Q_f(y_g^*) = 366{,}7\,\$/\text{дн.}\,;$$
$$g_M = g(y_g^*) = 1042\,\$/\text{дн.};\ C(y_g^*) = 0{,}54.$$

$$y_C^* = 10{,}862\,\$\,;\quad R(y_C^*) = 87{,}08/\text{дн.}\,;\quad t_0(y_C^*) = 11{,}9\,\text{дн.}\,;$$
$$B(y_C^*, t_0) = 4417\,\$\,;\ Q_f(y_C^*) = 371\,\$/\text{дн.}\,;$$
$$g(y_C^*) = 946\,\$/\text{дн.}\,;\ C_M = C(y_C^*) = 0{,}661.$$

Пример 4.11

Этот пример относится к гиперболической ценовой модели. Численные расчёты по формулам (4.58) - (4.78) при

Рис. 4.12.

$$Y = 22{,}5\,\$ \text{ и } R_H = 80/\text{дн.}$$

дают такие результаты:

$$y_B^* = 13{,}31\,\$\,;\quad R(y_B^*) = 55{,}2/\text{дн.}\,;\quad t_0(y_B^*) = 18{,}1\,\text{дн.}\,;$$
$$B_M = B(y_B^*, t_0) = 4879\,\$;\quad Q_f(y_B^*) = 269{,}5\,\$/\text{дн.};$$
$$g(y_B^*) = 734{,}7\,\$/\text{дн.};\ C(y_B^*) = 0{,}58.$$

$$y_Q^* = 8{,}22\,\$\,;\quad R(y_Q^*) = 139/\text{дн.}\,;\quad t_0(y_Q^*) = 7{,}18\,\text{дн.}\,;$$
$$B(y_Q^*, t_0) = 3057\,\$;\ Q_M = Q_f(y_Q^*) = 435{,}5\,\$/\text{дн.}\,;$$
$$g(y_Q^*) = 1143\,\$/\text{дн.};\ C(y_Q^*) = 0{,}61.$$

$$y_C^* = 10{,}623\,\$\,;\quad R(y_C^*) = 89{,}45/\text{дн.}\,;\quad t_0(y_C^*) = 11{,}2\,\text{дн.}\,;$$
$$B(y_C^*, t_0) = 4269\,\$\,;\ Q_f(y_C^*) = 381{,}2\,\$/\text{дн.}\,;$$
$$g(y_C^*) = 950\,\$/\text{дн.}\,;\ C_M = C(y_C^*) = 0{,}67.$$

Пример 4.12

Этот пример относится к изоэластичной ценовой модели. Численные расчёты, проведенные при

$$\lambda = 2 \text{ и } S_\lambda = 9050\,\$^2/\text{дн.}$$

по формулам (4.80) - (4.104), дают такие результаты:

$$y_B^* = 15{,}1\,\$\,;\quad R(y_B^*) = 40/\text{дн.}\,;\quad t_0(y_B^*) = 25\,\text{дн.}\,;$$
$$B_M = B(y_B^*, t_0) = 4540\,\$\,;\ Q_f(y_B^*) = 181\,\$/\text{дн.}\,;$$
$$g(y_B^*) = 600\,\$/\text{дн.};\ C(y_B^*) = 0{,}43\,.$$

$$y_Q^* = 6\,\$\,;\quad R(y_Q^*) = 251/\text{дн.}\,;\quad t_0(y_Q^*) = 4\,\text{дн.}\,;$$
$$B(y_Q^*, t_0) = 1807\,\$\,;\ Q_M = Q_f(y_Q^*) = 454\,\$/\text{дн.}\,;$$
$$g(y_Q^*) = 1508\,\$/\text{дн.};\ C(y_Q^*) = 0{,}45\,.$$

$$y_C{}^* = 9{,}513\ \$\ ;\quad R(y_C{}^*) = 100\,/\,дн.\ ;\quad t_0(y_C{}^*) = 10{,}0\ дн.\ ;$$
$$B(y_C{}^*, t_0) = 3513\ \$\ ;\ Q_f\,(y_C{}^*) = 351{,}3\ \$\,/\,дн.\ ;$$
$$g(y_C{}^*) = 951\ \$\,/\,дн.\ ;\ C_M\ = C(y_C{}^*) = 0{,}59\ .$$

Пример 4.13

Этот пример относится к экспоненциальной ценовой модели. Численные расчёты, выполненные по формулам (4.106) - (4.132) при значениях $v = 5{,}6\ \$$ и $R_v = 600\,/\,дн.$, дают такие результаты:

$$y_B{}^* = 13{,}5\ \$\ ;\quad R(y_B{}^*) = 53{,}6\,/\,дн.\ ;\quad t_0(y_B{}^*) = 18{,}7\ дн.\ ;$$
$$B_M\ = B(y_B{}^*, t_0) = 4929\ \$\ ;\ Q_f\,(y_B{}^*) = 264\ \$\,/\,дн.\ ;$$
$$g(y_B{}^*) = 728\ \$\,/\,дн.\ .;\ C(y_B{}^*) = 0{,}57.$$

$$y_Q{}^* = 8{,}6\ \$\ ;\quad R(y_Q{}^*) = 129\,/\,дн.\ ;\quad t_0(y_Q{}^*) = 7{,}7\ дн.\ ;$$
$$B(y_Q{}^*, t_0) = 3278\ \$\ ;\ Q_M = Q_f\,(y_Q{}^*) = 422{,}4\ \$\,/\,дн.\ ;$$
$$g(y_Q{}^*) = 1120\ \$\,/\,дн.\ .;\ C(y_Q{}^*) = 0{,}61\ .$$

$$y_g{}^* = 5{,}6\ \$\ ;\quad R(y_g{}^*) = 220\,/\,дн.\ ;\quad t_0(y_g{}^*) = 4{,}5\ дн.\ ;$$
$$B(y_g{}^*, t_0) = 1234\ \$\ ;\ Q_f\,(y_g{}^*) = 271\ \$\,/\,дн.\ ;$$
$$g_M\ = g(y_g{}^*) = 1230\ \$\,/\,дн.\ .;\ C(y_g{}^*) = 0{,}28\ .$$

$$y_C{}^* = 10{,}63\ \$\ ;\quad R(y_C{}^*) = 89{,}5\,/\,дн.\ ;\quad t_0(y_C{}^*) = 11{,}2\ дн.\ ;$$
$$B(y_C{}^*, t_0) = 4288\ \$\ ;\ Q_f\,(y_C{}^*) = 382{,}9\ \$\,/\,дн.\ ;$$
$$g(y_C{}^*) = 951\ \$\,/\,дн.\ ;\ C_M\ = C(y_C{}^*) = 0{,}67\ .$$

Пример 4.14

Этот пример относится к эллиптической ценовой модели. Численные расчёты при рыночных параметрах

$$y_e = 13{,}6\ \$ \quad \text{и} \quad R_e = 150\,/\,дн.\ ,$$

выполненные по формулам (4.133) - (4.161), дают такие результаты:

$$y_B{}^* = 11{,}60\ \$\ ;\quad R(y_B{}^*) = 79{,}1\,/\,дн.\ ;\quad t_0(y_B{}^*) = 12{,}6\ дн.\ ;$$
$$B_M = B(y_B{}^*, t_0) = 4807\ \$\ ;\ Q_f\,(y_B{}^*) = 380{,}2\ \$\,/\,дн.\ ;$$
$$g(y_B{}^*) = 917\ \$\,/\,дн.\ ;\ C(y_B{}^*) = 0{,}71\ .$$

$$y_Q{}^* = 10{,}43\ \$\ ;\quad R(y_Q{}^*) = 96{,}75\,/\,дн.\ ;\quad t_0(y_Q{}^*) = 10{,}3\ дн.\ ;$$
$$B(y_Q{}^*, t_0) = 4330\ \$\ ;\ Q_M\ = Q_f\,(y_Q{}^*) = 418{,}9\ \$\,/\,дн.\ ;$$

$$g(y_Q{}^*) = 1009\ \$\,/\,дн.\ ;\ C(y_Q{}^*) = 0{,}71\ .$$

$$y_g{}^* = 9{,}653\ \$\ ;\quad R(y_g{}^*) = 106{,}1\,/\,дн.\ ;\quad t_0(y_g{}^*) = 9{,}4\ дн.\ ;$$
$$B(y_g{}^*, t_0) = 3826\ \$\ ;\ Q_f\,(y_g{}^*) = 405{,}9\ \$\,/\,дн.\ ;$$
$$g_M\ = g(y_g{}^*) = 1024\ \$\,/\,дн.\ ;\ C(y_g{}^*) = 0{,}66\ .$$

$$y_C{}^* = 11{,}03\ \$\ ;\quad R(y_C{}^*) = 88{,}36\,/\,дн.\ ;\quad t_0(y_C{}^*) = 11{,}3\ дн.\ ;$$
$$B(y_C{}^*, t_0) = 4634\ \$\ ;\ Q_f\,(y_C{}^*) = 409{,}5\ \$\,/\,дн.\ ;$$
$$g(y_C{}^*) = 975\ \$\,/\,дн.\ ;\ C_M\ = C(y_C{}^*) = 0{,}725\ .$$

Приведенные ниже две таблицы позволяют провести сравнение результатов счёта в рамках пяти различных моделей кривой спроса. Здесь ведётся сравнение оптимальных цен и максимальных расчётных значений для заключительной прибыли, среднего темпа прибыли, темпа выручки и рентабельности. Из таблиц видно, что в данном случае (когда эластичность сбыта близка к двум) разброс расчётных данных невелик.

ТАБЛИЦА - 4.6

МОДЕЛИ	ОПТИМАЛЬНЫЕ ЦЕНЫ ($)			
	$y_B{}^*$	$y_C{}^*$	$y_Q{}^*$	$y_g{}^*$
Линейная	12,2	10,9	9,8	8,3
Гиперболическая	13,3	10,6	8,2	-
Изоэластичная	15,1	9,5	6,0	-
Экспоненциальная	13,5	10,6	8,6	5,6
Эллиптическая	11,6	11,0	10,4	9,7

ТАБЛИЦА - 4.7

МОДЕЛИ	МАКСИМАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ			
	B_M ($)	Q_M($/дн)	g_M $/дн	C_M
Линейная	4722	400	1042	0,66
Гиперболическая	4879	435	-	0,67
Изоэластичная	4540	454	-	0,59
Экспоненциальная	4929	422	1230	0,67
Эллиптическая	4807	419	1024	0,725

4.1.2. Сбыт в условиях произвольного темпа пополнения запаса товара

Обозначим символом G темп текущего выпуска товара на рынок. Размерность этой величины: $[G] = 1/дн.$ Фактически величина G показывает, сколько единиц товара дополнительно к начальному запасу N_0 ежедневно поставляется на рынок.

При $G \neq 0$ уравнение (4.1), описывающее изменение количества товара во времени, и уравнение (4.5), описывающее изменение во времени прибыли, теперь приобретают такой вид:

$$N(t) = N_0 + (G - R)\,t\ , \qquad (4.162)$$

$$B(t) = -\,xN_0 + (\,yR - L - xG\,)\,t\,. \qquad (4.163)$$

Последнее выражение учитывает, что каждая выпускаемая на рынок единица товара приобретается фирмой по цене x или производится ею по соответствующей себестоимости.

Приведенные здесь рисунки 4.12 и 4.13 построены по формулам (4.162) и (4.163). Они показывают возможные зависимости количества товара N и прибыли B от текущего времени t. На первом из них представлены три различные соотношения между темпом сбыта товара R и темпом текущего выпуска его на рынок G. Исследуем эти три варианта по отдельности.

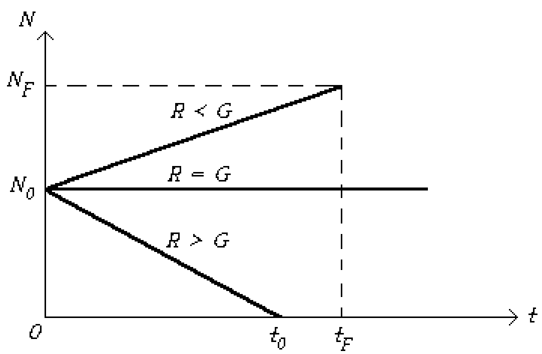

Рис. 4.12.

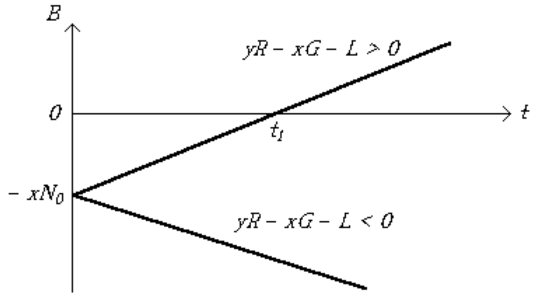

Рис. 4.13.

1). *Случай* $G = R$

При показанном равенстве товар, находящийся в продаже, пополняется в том же темпе, в котором ведётся сбыт его. Из формулы (4.162) следует, что при таком условии количество товара в продаже остаётся постоянным (например, равным начальному количеству единиц товара):

$$N(t) = N_0\,. \qquad (4.164)$$

В данном варианте время полной распродажи t_0 не существует, поскольку само явление не возникает. В итоге данный вариант относится к случаю, когда в момент времени $t = 0$ положено начало непрерывного пребывания на рынке. При этом темп прибыли (в данном случае мгновенный темп прибыли не отличается от среднего темпа прибыли) даётся выражением (4.12) и имеет такой вид:

$$Q = (y - x)\,R - L\,. \qquad (4.165)$$

С помощью уравнения (4.163) находим, что в рассматриваемом здесь случае текущая прибыль становится положительной, начиная с момента времени

$$t_1 = \frac{xN_0}{(y - x)G - L}\ . \qquad (4.166)$$

Этот момент существует только в том случае (см. рис. 4.13), когда текущие расходы, связанные со сбытом, не слишком велики, что позволяет выполниться неравенству

$$L < (y - x) R . \qquad (4.167)$$

В противном случае, при противоположном неравенстве, время t_1 не существует; прибыль отрицательна и постоянно убывает во времени, как это показано на рис. 4.13.

Пример 4.15

В этом примере рассчитывается момент времени сбыта t_1, при котором текущий доход от продажи в точности покроет начальные и текущие издержки (см. рис. 4.13). Рассмотрим такой набор данных:

$N_0 = 1000$; $G = R = 60 / дн.$; $L = 200\,\$ / дн.$; $y = 40\,\$$; $x = 20\,\$$.

При этих числах начальная инвестиция xN_0 равна $20\,000\,\$$. Легко убедиться, что условие роста прибыли во времени (4.167) выполнено.

Согласно формуле (4.165) темп прибыли $Q = 1000\,\$ / дн.$ Прибыль становится положительной (см. формулу (4.166)), начиная с момента $t_1 = 20\ дн.$

Исследованию данного режима ($G = R$), приводящего к непрерывному сбыту, посвящён раздел 4.2.

2). *Случай G > R*

При таком варианте количество товара, находящегося в продаже, постоянно увеличивается (см. рис. 4.12). Может оказаться, что в силу ряда причин количество единиц товара, который может быть одновременно выставлен на продажу, ограничено сверху некоторой величиной N_F. Тогда поддерживать заданный режим пополнения товарного запаса $G > R$ можно только в интервале времени $0 \le t \le t_F$. Время t_F определяется условием

$$N(t_F) = N_F . \qquad (4.168)$$

Из формул (4.162) и (4.168) следует такое выражение для ограничивающего времени t_F:

$$t_F = (N_F - N_0) / (G - R) . \qquad (4.169)$$

Подставляя это время в выражение (4.163), находим прибыль в момент t_F:

$$B(t_F) = \{ N_F (y R - x G - L) - N_0 [(y - x) R - L]\} / (G - R) . \qquad (4.170)$$

В дальнейшем, при $t > t_F$, продавец вынужден внести определённые изменения (например, уменьшить темп выпуска товара на рынок G, снизив его до уровня R).

Пример 4.16

Рассчитаем прибыль в тот момент времени, когда количество товара достигает заданного предельного значения N_F. Проведём расчёты при таких числах:

$x = 20\,\$$; $y = 65\,\$$; $N_0 = 1488$; $N_F = 3000$;
$G = 28 / дн.$; $R = 20 / дн.$; $L = 240\,\$ / дн.$

При этом комбинация $yR - xG - L$ положительна, и прибыль (см. рис. 4.13) растёт во времени. При данных числах по формуле (4.169) находим: $t_F = 189\ дн.$ Согласно выражению (4.170) прибыль $B(t_F)$ в этот момент равна $64\,740\,\$$.

3). *Случай G < R*.

В этом случае количество находящегося в продаже товара убывает во времени, как это показано на рис. 4.12. Весь товар оказывается распроданным в момент t_0. Полагая в формуле (4.162) $N(t_0) = 0$, получаем такое выражение для времени полной распродажи:

$$t_0 = N_0 / (R - G) . \qquad (4.171)$$

Величины G и N_0 предпринимателю всегда известны. Измерив в ходе специально поставленного опыта время t_0, с помощью формулы (4.171) находим величину темпа сбыта R:

$$R = G + N_0 / t_0 . \qquad (4.172)$$

Подставляя время окончания сбыта (4.171) в уравнение (4.163), получаем прибыль в момент полной распродажи:

$$B(t_0) = N_0 (y - x) - N_0 L / (R - G) . \qquad (4.173)$$

Пример 4.17

В этом примере рассчитывается прибыль в момент полной распродажи t_0. Используем для этого примера за малым исключением все числа из предыдущего Примера 4.15. Отличие состоит лишь в том, что теперь полагаем

$$G = 20 / дн. \quad и \quad R = 28 / дн.$$

Из уравнения (4.171) следует, что время полной распродажи товара $t_0 = 186\ дн.$ Посчитанная по формуле (4.173) прибыль $B(t_0) = 22\,320\ \$$.

В заключение рассмотрим здесь работу в режиме бесприбыльного предприятия. Это означает, что темп прибыли равен нулю и прибыль во времени остается неизменной. Тогда из выражения (4.163) следует такая величина текущих расходов, обеспечивающая бесприбыльный (и одновременно безубыточный) бизнес:

$$L = yR - xG. \tag{4.174}$$

Пример 4.18

Пусть $y = 10\ \$,\ \ x = 3\ \$,\ \ R = 100 / дн.,\ \ G = 90 / дн.$

Тогда в соответствии с формулой (4.174) темп допустимых расходов, связанных с обслуживанием сбыта, $L = 730\ \$ / дн.$

4.2. СБЫТ В УСЛОВИЯХ НЕПРЕРЫВНОГО ПРЕБЫВАНИЯ ФИРМЫ НА РЫНКЕ

До сих пор мы рассматривали сбыт ограниченной по величине партии товара. Перейдём теперь к рассмотрению режима непрерывного пребывания фирмы на рынке. Будем считать, что товар, находящийся в продаже, пополняется путём производства или заготовок в том же темпе, в каком идёт сбыт его. Таким образом, $G = R$.

Поскольку рынок является стационарным (начальный момент сбыта считаем отодвинутым в далёкое прошлое), темп прибыли остаётся постоянным по времени. При этом мгновенный темп прибыли даётся выражением (4.165), которое мы ещё раз перепишем здесь:

$$Q(y) = (y - x)\,R(y) - L. \tag{4.175}$$

В данном выражении в правой части произведение yR выражает собой темп выручки, произведение xR - темп расходов

на заготовку или производство (по цене x за единицу товара), последнее слагаемое - темп текущих расходов, связанных с операцией сбыта.

Приведенное выражение (4.175) в точности совпадает с формой (4.12) для фактического темпа прибыли $Q_f(y)$, полученной в режиме реализации ограниченной партии товара. В связи с этим при исследовании величины $Q(y)$ мы можем целиком воспользоваться всеми ранее полученными результатами исследования величины $Q_f(y)$, то есть формулами

(4.33) - (4.39) для линейной ценовой модели,
(4.65) - (4.71) для гиперболической ценовой модели,
(4.88) - (4.94) и (4.104) для изоэластичной ценовой модели,
(4.114) - (4.120) для экспоненциальной ценовой модели,
(4.143) - (4.150) для эллиптической ценовой модели.

Эти выражения указывают наилучшие цены сбыта и соответствующие им максимальные возможные темпы прибыли, темпы сбыта, рентабельности и выручки.

Рассмотрим здесь для различных ценовых моделей темпа сбыта вопрос об области прибыльности, то есть о той области цен продажи $y_{(-)} < y < y_{(+)}$, в которой темп прибыли является положительным.

Мы уже отмечали, что для фирмы представляет интерес не только оптимальная цена сбыта, но также и вся область прибыльности. Это связано с определённой неточностью данных, а также с тем, что фирма может работать не только в режиме получения оптимальной прибыли, но и, например, в режиме проникновения на рынок. В последнем случае цена сбыта может сознательно назначаться ниже оптимальной.

Рассмотрим вопрос о свойствах области прибыльности в общем виде. Эта область существует, если уравнение $Q(y) = 0$ имеет два вещественных положительных решения. Таким образом, нам следует изучить решения уравнения

$$R(y) = L / (y - x). \tag{4.176}$$

Исследуем это уравнение графически. Для определённости будем изображать функцию $R(y)$ графиком, относящимся к линейной ценовой модели темпа сбыта (см. выражение (2.1)). Сделанные нами выводы будут справедливы для любой ценовой модели, характеризующейся тем, что темп сбыта убывает с ростом цены, причём в области больших цен темп сбыта R убывает достаточно быстро, чтобы в этой области выполнялось условие $R(y) < L / (y - x)$. Все детально рассмотренные нами ранее ценовые модели удовлетворяют этому условию.

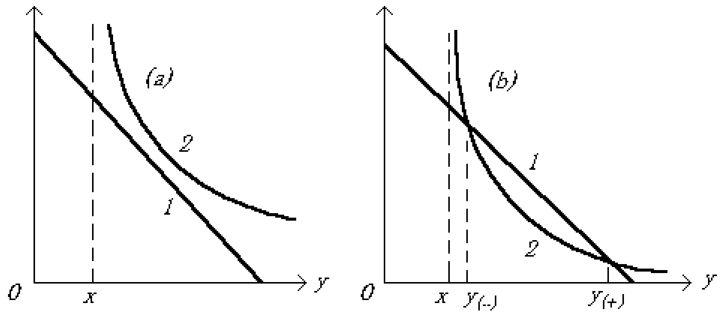

Рис. 4.14.

На рис. 4.14 изображены две кривые. Кривая-1 представляет левую часть уравнения (4.176), то есть функцию $R(y)$. Для принятой нами здесь линейной модели она является прямой линией. Кривая-2 представляет собой правую часть уравнения (4.176), то есть функцию $L/(y - x)$. Эта кривая является гиперболой, одной асимптотой которой является горизонтальная ось координат, а второй - прямая вертикальная линия $y = x$. Рис. 4.14a относится к случаю $Q_M = Q(y^*) < 0$, рис. 4.14b - к случаю $Q_M = Q(y^*) > 0$. Как видим, область прибыльности существует только при условии $Q_M > 0$.

Исследуем, как изменяется область прибыльности при изменении параметров используемой ценовой модели.

На рис. 4.15 показаны варианты, относящиеся к изменению i-параметра линейной ценовой модели темпа спроса. Видно, что эта область существует лишь в том случае, когда i-параметр превышает некоторое предельное значение. На приведенном рисунке это происходит при выполнении условия $R_L > R_L^*$. По мере дальнейшего роста i-параметра область прибыли, возникшая в точке y_Q^*, расширяется. При этом величина $y_{(+)}$ стремится к бесконечности (в моделях без

предельной цены; к ним относятся, например, изоэластичная и экспоненциальная модели) или к предельной цене (в моделях с предельной ценой; к ним относятся, например, линейная, гиперболическая, эллиптическая модели). А величина $y_{(-)}$ стремится к себестоимости x. На рис. 4.15 и последующем рис. 4.16 область прибыльности ограничена проекциями на горизонтальную ось точек пересечения линий.

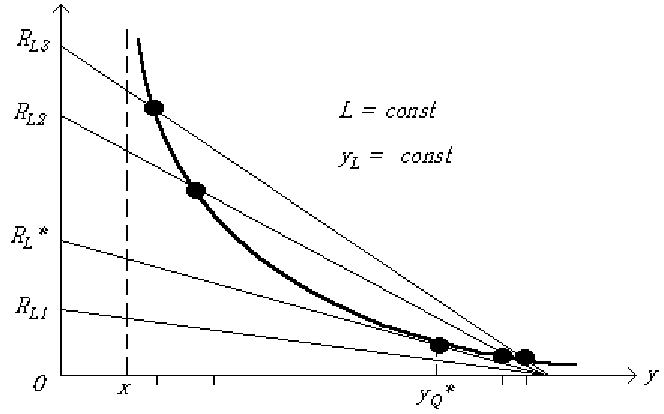

Рис. 4.15.

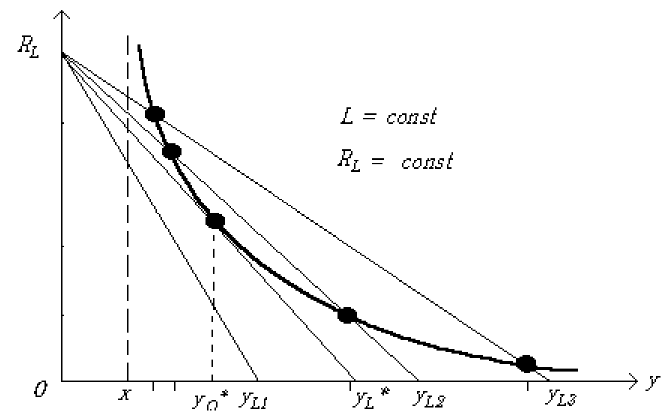

Рис. 4.16.

На рис. 4.16 показаны варианты, относящиеся к изменению *p*-параметра линейной ценовой модели темпа спроса. Видно, что область прибыльности существует лишь в том случае, когда *p*-параметр превышает некоторое предельное значение. На приведенном рисунке это происходит при выполнении условия $y_L > y_L{}^*$. Увеличение *p*-параметра, как видим, ведёт к тому же, к чему ведёт и увеличение *i*-параметра.

Рассмотрим в подробностях различные ценовые модели.

Линейная модель

Для этой ценовой модели темп прибыли задаётся формулой (см. выражение (4.20))

$$Q(y) = (R_L / y_L)\,(y - x)\,(y_L - y) - L\,. \qquad (4.177)$$

Необходимое и достаточное условие прибыльности на основании формулы (4.34) можно записать в виде неравенства

$$R_L\,(y_L - x)^2 / 4y_L - L > 0\,. \qquad (4.178)$$

При этом область прибыльности (положительности темпа прибыли *Q(y)*) показана на рис. 4.6 и даётся формулой (4.24).

Гиперболическая модель

Для такой модели формула (4.175) принимает вид

$$Q(y) = R_H\,(y - x)\,(Y - y) / y - L\,. \qquad (4.179)$$

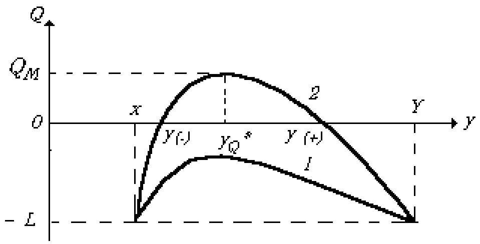

Рис. 4.17.

График этой зависимости показан на рисунке 4.17. Здесь кривая-1 относится к случаю

$$Y^{1/2} < x^{1/2} + (L/R_H)^{1/2}\,, \qquad (4.180)$$

а кривая -2 - к случаю

$$Y^{1/2} > x^{1/2} + (L/R_H)^{1/2}\,, \qquad (4.181)$$

При этом необходимое и достаточное условие прибыльности также имеет вид неравенства (4.181) .

Область прибыльности в рассматриваемом случае даётся таким выражением:

$$y_{(\pm)} = (1/2)\,(x + Y - L/R_H)\,\{1 \pm [\,1 - 4xY/(x + Y - L/R_H)^2\,]^{1/2}\}. \qquad (4.182)$$

Пример 4.18

Рассмотрим такой набор данных:

$$R_H = 9\,/\,дн.\,, \quad Y = 178\,\$\,, \quad x = 40\,\$\,, \quad L = 240\,\$\,/\,дн.$$

При этих числах условие (4.181) выполняется, и область прибыльности существует. Расчёт по формуле (4.182) даёт такую область прибыльности:

$$51\,\$ < y < 140\,\$\,.$$

Оптимальная цена сбыта и наибольший возможный темп прибыли, рассчитанные по формулам (4.65) и (4.66):

$$y_Q{}^* = 84{,}3\,\$\,, \quad Q_M = 202\,\$\,/\,дн.$$

Изоэластичная модель

В этом случае темп прибыли имеет вид

$$Q(y) = S_\lambda\,(y - x)\,/\,y^\lambda - L\,. \qquad (4.183)$$

Условие прибыльности имеет вид неравенства (4.87).

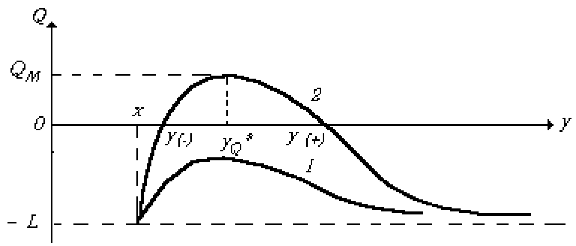

Рис. 4.18.

Цены $y_{(-)}$ и $y_{(+)}$, устанавливающие границы области прибыльности, являются вещественными положительными корнями уравнения

$$S_\lambda (y - x) = L\, y^\lambda . \qquad (4.184)$$

Эти корни существуют, а вместе с тем существует и область прибыльности, если выполнено неравенство (4.87).

Графическая зависимость темпа прибыли от цены продажи y показана на рис. 4.18. Здесь кривая-2 относится к случаю, когда условие прибыльности (4.87) выполнено; кривая-1 - к случаю, когда это условие нарушено.

Пример 4.19

Для этого примера возьмём такие данные:

$\lambda = 3$, $S_l = 2 \times 10^5\, (\$)^3 / дн.$, $x = 25\, \$$, $L = 50\, \$ / дн.$

Численное решение уравнения (4.184) показывает, что в данном случае существует такая область прибыльности:

$$27\, \$ < y < 84\, \$.$$

Расчёт оптимальной цены сбыта и наибольшего возможного темпа прибыли по формулам (4.88) и (4.89) даёт такие значения:

$$y_Q^* = 37{,}5\, \$, \quad Q_M = 68\, \$ / дн.$$

Экспоненциальная модель

При использовании этой модели темп прибыли (4.175) принимает такую форму:

$$Q(y) = (y - x)\, R_v \exp (- y / v) - L . \qquad (4.185)$$

График данной функции качественно полностью совпадает с графиком, показанным на рис. 4.18. Кривая-2 относится к случаю выполнения условия прибыльности, которое для рассматриваемой модели имеет вид неравенства (4.113). Кривая-1 относится к случаю, когда это неравенство не выполняется.

Область прибыльности существует только при выполнении условия (4.113). Границы её, $y_{(-)}$ и $y_{(+)}$, задаются положительными вещественными корнями уравнения

$$y - x = (L / R_v) \exp (y / v) . \qquad (4.186)$$

Пример 4.20

Для этого примера возьмём такие данные:

$v = 10\, \$$, $R_v = 100 / дн.$, $x = 5\, \$$, $L = 183\, \$ / дн.$

Численное решение уравнения (4.176) показывает, что в данном случае существует такая область прибыльности: $10\, \$ < y < 22{,}7\, \$$.

Расчёт оптимальной цены сбыта и наибольшего возможного темпа прибыли по формулам (4.114) и (4.115) даёт такие значения:

$$y_Q^* = 15\, \$, \quad Q_M = 40\, \$ / дн.$$

Эллиптическая модель

Для этой модели темп прибыли имеет такую форму:

$$Q(y) = (y - x)\, R_e [\, 1 - (y / y_e)^2\,]^{1/2} - L . \qquad (4.187)$$

Необходимое и достаточное условие прибыльности обеспечивается положительностью выражения (4.187) там, где оно достигает максимума. Граничные точки области прибыльности $y_{(-)}$ и $y_{(+)}$ (см. ниже рис. 4.19) находятся путём численного решения уравнения $Q(y) = 0$. Кривая-2 относится к случаю выполнения условия прибыльности, кривая-1 относится к случаю, когда это условие не выполняется. Оптимальная цена рассчитывается по формуле (4.143), а максимальный темп прибыли по формуле (4.147).

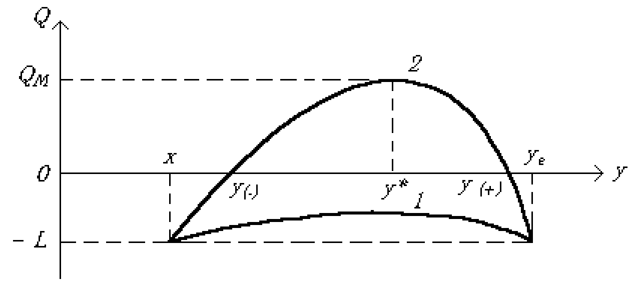

Рис. 4.19.

Пример 4.21

Для этого примера возьмём такие данные:

$$y_e = 20\,\$\,,\quad R_e = 1000\,/\,дн.\,,\quad x = 1\,\$\,,\quad L = 4000\,\$\,/\,дн.$$

Численное решение уравнения $Q(y) = 0$ показывает, что в данном случае существует достаточно широкая область прибыльности:

$$5{,}15\,\$ < y < 19{,}55\,\$\,.$$

Расчёт оптимальной цены сбыта и наибольшего возможного темпа прибыли по формулам (4.143) и (4.147) даёт такие значения:

$$y_Q{}^* = 14{,}39\,\$\,,\quad Q_M = 2458\,\$\,/\,дн.$$

А сейчас мы завершим рассмотрение трёх примеров, исследование которых проводилось в Главе третьей: (примеры 3.6 (3.8), 3.10 и 3.5 (3.9)). Здесь, ниже, мы рассчитаем для этих примеров оптимальные цены сбыта $y_Q{}^*$ и темпы чистого дохода $r(y_Q{}^*)$, определяемые выражением (3.65) (см. также формулу и (4.175)). Запишем так:

$$r(y_Q{}^*) = Q(y_Q{}^*) + L = (\,y_Q{}^* - x)R(y_Q{}^*)\,.$$

Возможные значения себестоимости x будем задавать из разумных соображений.

В соответствии с приведенным выражением при расчёте величин $y_Q{}^*$ и $r(y_Q{}^*)$ можно использовать как опорные формулы (4.33) и (4.34), (4.65) и (4.66), (4.88) и (4.89), (4.114) и (4.115), (4.143) и (4.147). В приведенных ниже таблицах все цены x и $y_Q{}^*$ выражены в долларах, а темпы дохода $r(y_Q{}^*)$ - в $\$\,/\,дн.$

Пример 4.22

При рассмотрении Примеров 3.6 и 3.8 было установлено, что для фирмы, выпускающей на рынок новый сорт печенья и проводящей соответствующий маркетинговый эксперимент, наиболее подходящей оказалась изоэластичная ценовая модель. В результате расчёта были получены следующие параметры модели:

$$\lambda = 3{,}396157\,,\quad S_\lambda = 1245{,}701\ \$^\lambda\,/\,дн.$$

Напомним, что в ходе эксперимента использовались такие пробные цены:

$$y_1 = 3{,}69\,\$\,,\ y_2 = 3{,}99\,\$\,,\ y_3 = 4{,}29\,\$\,.$$

Результаты проведенного здесь численного расчёта оптимальной цены $y_Q{}^*$ и соответствующей ей величины максимального чистого дохода $r(y_Q{}^*)$ (см. выражение (3.60)) при нескольких возможных себестоимостях единицы товара представлены в Таблице - 4.8.

ТАБЛИЦА – 4.8

x	$y_Q{}^*$	$r(y_Q{}^*)$
1,0	1,42	159,03
1,5	2,13	60,19
2,0	2,85	30,21

Отметим, что полученные здесь наилучшие цены сбыта заметно ниже пробных цен. Если себестоимость единицы товара не превышает двух долларов, следует повторить маркетинговый эксперимент при более низких пробных ценах.

Если же себестоимость превышает два доллара, то темп дохода $r(y_Q{}^*)$ будет столь мал, что скорее всего окажется ниже темпа текущих расходов L. Можно сделать вывод, что печенье, предлагаемое фирмой, не является прибыльным товаром.

Пример 4.23

В ходе изучения пробного сбыта моющего средства (см. Пример 3.10) было установлено, что фирме, проводившей соответствующий маркетинговый эксперимент, более всего подошла изоэластичная ценовая модель. В результате расчёта были получены следующие параметры модели (приводим здесь без округления):

$$\lambda = 2{,}859218\,,\quad S_\lambda = 2090929\ \$^\lambda\,/\,мес. = 74676\ \$^\lambda\,/\,дн.$$

При этом в ходе эксперимента использовались такие пробные цены:

$$y_1 = 8{,}49\,\$\,,\quad y_2 = 9{,}19\,\$\,,\quad y_3 = 9{,}89\,\$\,.$$

Результаты численного расчёта величин $y_Q{}^*$ и $r(y_Q{}^*)$ для нескольких возможных значений себестоимости представлены в Таблице - 4.9 (истинная себестоимость товара нам не известна).

ТАБЛИЦА – 4.9

x	y_Q*	$r(y_Q*)$
4	6,15	891,4
5	7,69	588,7
6	9,23	419,4
7	10,76	314,9

Отсюда видно, что только при себестоимости $x = 6\ \$$ наилучшая цена сбыта оказалась достаточно близкой к одной из пробных цен $y_2 = 9{,}19\ \$$.

Пример 4.24

В этом примере, продолжающем Примеры 3.5 и 3.9, рассчитаем для разных ценовых моделей оптимальные цены сбыта y_Q*, обеспечивающие максимум темпа прибыли Q. Расчёт этих цен ведётся по формулам (4.33), (4.65), (4.88), (4.114) и (4.143). Назначение этого примера - показать, насколько сильно от выбора ценовой модели зависит конечный результат расчёта, если эластичность спроса велика (в данном случае, как показано в Примере 3.5, она близка к десяти). Результаты расчёта сведены в Таблице - 4.10 при нескольких различных значениях себестоимости x. В Таблице - 4.11 показаны темпы дохода (связанного со сбытом товара) r при оптимальной цене продажи. В последних таблицах принята такая система обозначений:

L - линейная модель,
H - гиперболическая модель,
I - изоэластичная модель,
Exp - экспоненциальная модель,
Ell - эллиптическая модель.

Из данных, приведенных в таблицах, видно чрезвычайно большое отличие результатов, относящихся к разным моделям кривой спроса. Отсюда следует, что при высокой эластичности спроса правильный выбор модели становится важнейшим элементом маркетингового исследования.

Ранее мы экспериментально установили (см. Пример 3.9), что из всех рассмотренных пяти моделей ближе всего к

реальной ситуации подходит экспоненциальная ценовая модель. Это обстоятельство мы отметили выделенным шрифтом. Из приведенных таблиц видно, что в данном случае эллиптическая и изоэластичная ценовые модели совершенно не годятся.

ТАБЛИЦА - 4.10

x	y_Q*	y_Q*	y_Q*	y_Q*	y_Q*
	L	*H*	*I*	***Exp***	*Ell*
5	9,0	8,08	5,59	**6,20**	9,01
6	9,5	8,85	6,70	**7,20**	9,05
7	10,0	9,56	7,82	**8,20**	9,10
8	10,5	10,22	8,94	**9,20**	9,15
9	11,0	10,84	10,06	**10,20**	9,20

ТАБЛИЦА - 4.11

x	y_Q*	y_Q*	y_Q*	y_Q*	y_Q*
	L	*H*	*I*	***Exp***	*Ell*
5	9,0	8,08	5,59	**6,20**	9,01
6	9,5	8,85	6,70	**7,20**	9,05
7	10,0	9,56	7,82	**8,20**	9,10
8	10,5	10,22	8,94	**9,20**	9,15
9	11,0	10,84	10,06	**10,20**	9,20

Из приведенных таблиц также видно, что по мере роста себестоимости x происходит сближение результатов, относящихся к разным ценовым моделям. Если же цена x сильно отличается от оптимальной цены, и тем самым общая рабочая ценовая область сильно расширяется, различие моделей выражается в большом различии и оптимальных цен, и темпов дохода. Отсюда следует общий вывод: при высокой эластичности спроса правильный выбор ценовой модели особенно важен в том случае, когда себестоимость товара заметно отличается от пробных цен сбыта его.

Пример 4.25

В качестве примера нахождения оптимальной цены сбыта проведём здесь исследование конкретной деятельности некоторой фирмы, непрерывно ведущей на территории другого государства продажу определённого комплектного оборудования. Себестоимость одного комплекта с учётом стоимости производства, транспортных расходов и таможенных пошлин оказывается для этой фирмы равной $x = 1000\ \$$. Текущие расходы на реализацию товара на месте: $L = 7000\ \$ / год$.

Поначалу фирма вела продажу по цене $y_1 = 3000\ \$$, и темп сбыта товара составлял $R_1 = 21 / год$. Расчёт по формуле (4.165) показывает, что в этом случае темп прибыли фирмы

$$Q_1 = 35\,000\ \$ / год.$$

В надежде увеличить темп сбыта фирма спустя некоторое время резко снизила цену продажи и установила новую цену сбыта: $y_2 = 1500\ \$$. При этом новый темп сбыта составил $R_2 = 50 / год$. В таком случае темп прибыли, рассчитанный всё по той же по формуле (4.165), оказался всего лишь

$$Q_2 = 18\,000\ \$ / год.$$

Как видим, фирма совершила неудачный манёвр. Но при этом она фактически провела минимальный маркетинговый эксперимент. И хотя последние действия фирмы привели к уменьшению прибыли, они стали источником данных, которые можно использовать для нахождения наилучших условий сбыта в последующее время. Конечно, при этом подразумевается, что состояние рынка всё время оставалось неизменным (*с.р.*): интерес покупателей к товару оставался на том же уровне и покупательная способность потенциальных покупателей оборудования существенно не изменилась.

Полученных данных, конечно, недостаточно для того, чтобы иметь возможность сразу же выбрать наилучшую из нескольких возможных ценовую модель. Поэтому вначале воспользуемся простейшей из них - линейной ценовой моделью (2.1). Подставляя экспериментальные числа y_1, y_2, R_1, R_2 в формулы (3.3) и (3.4), находим параметры выбранной ценовой модели:

$$y_L = 4086\ \$, \quad R_L = 79 / год.$$

Зная рыночные параметры, имеем возможность по формулам (4.33), (4.34) и (4.38) рассчитать наилучшую цену сбыта и ожидаемые темп сбыта и темп прибыли. Получаем:

$$y_Q^* = 2543\ \$, \quad R(y_Q^*) = 29{,}83 / год, \quad Q_M = 39028\ \$ / год.$$

Конечно, все эти числа следует округлить. Рассчитанный темп прибыли Q_M, естественно, выше темпов прибыли, полученных в ходе эксперимента. Однако, небольшая разница величин Q_M и Q_1 заставляет предположить, что в данном случае эластичность спроса невелика. Посчитаем её, используя формулу (3.8) и принимая во внимание, что величина параметра λ может служить оценкой эластичности спроса. Подставляя в указанную формулу вышеприведенные числа y_1, y_2, R_1, R_2, получаем: $E = 1{,}25$. Действительно, эластичность рынка, как и предполагалось, оказалась совсем невысокой. Ведь фирма занимает на рынке практически монопольное положение. Но эластичность сбыта не слишком и мала, поскольку товар фирмы не относится к разряду необходимых. Эти выводы подсказывают, что, по-видимому, реальная ситуация будет лучше всего отражаться эллиптической ценовой моделью (2.9).

Обратимся к этой модели. Подставляя экспериментальные числа y_1, y_2, R_1, R_2 в формулы (3.12) и (3.13), находим параметры эллиптической модели:

$$R_e = 56{,}45 / год, \quad y_e = 3232\ \$.$$

Используя эти числа, рассчитаем по формулам (4.143), (4.145) и (4.147) наилучшую цену продажи, соответствующий ей темп сбыта и максимальный темп прибыли. Получаем:

$$y_Q^* = 2549\ \$, \quad R(y_Q^*) = 34{,}71 / год, \quad Q_M = 46760\ \$ / год.$$

Обратим внимание, что обе рассмотренные ценовые модели (линейная и эллиптическая) показали с учётом округления совершенно одинаковую оптимальную цену продажи:

$$y_Q^* = 2550\ \$.$$

В то же время эллиптическая модель предсказывает более высокий темп сбыта и более высокий темп прибыли при такой цене. С учётом монопольного положения фирмы на рынке, по-видимому, следует отдать предпочтение результатам, полученным при использовании эллиптической ценовой модели.

Отметим, что в режиме непрерывного пребывания на рынке рентабельность деятельности можно представить отношением темпа прибыли к суммарному темпу текущих расходов на сбыт и на закупку (производство) товара:

$$C(y) = \frac{(y-x)R(y)-L}{xR(y)+L}. \qquad (4.188)$$

Легко увидеть, что это выражение совпадает с выражением для рентабельности (4.14), выведенным для режима реализации ограниченной партии товара.

4.3. ОПТИМИЗАЦИЯ СБЫТА ГРУППОВОГО ТОВАРА

Ранее, в Разделе – 2.4, мы рассматривали вопрос о маркетинговых параметрах, характеризующих сбыт сразу целой группы близких, но всё же разных товаров. Там было сказано, что полученные значения параметров являются характеристиками не только (и не столько) реперного товара, но и всей группы целиком. Рассмотрим теперь такой вопрос: как использовать групповые маркетинговые параметры для нахождения оптимальной цены сбыта и оценки ожидаемой прибыли?

Ответ на такой вопрос можно дать при условии, что для всех товаров, входящих в изучаемую группу (она содержит M разновидностей), отношение цены продажи к себестоимости установлено одинаковым:

$$\frac{x_k}{y_k} = \gamma \quad (k = 1, 2, 3, \ldots, M). \qquad (4.189)$$

Это означает, что при любом изменении цен внутри группы величина γ, изменяясь, не будет зависеть от индекса k.

Пусть реперным является товар с $k = p$.

Темп выручки, то есть ежедневную выручку, мы представили в таком виде (см. Раздел 3.6 и формулу (3.62)):

$$G(y_p) = y_p\, R(y_p). \qquad (4.190)$$

В силу условия (4.189) мы можем записать темп групповой прибыли в таком виде:

$$Q(y_p) = (1 - \gamma)\, G(y_p) - L = (1 - x_p / y_p)\, G(y_p) - L. \qquad (4.191)$$

Здесь L - групповой темп текущих расходов; он связан с реализацией всей рассматриваемой группы.

Найдём оптимальную реперную цену, максимизирующую темп групповой прибыли $Q(y_p)$. Рассмотрим для примера линейную ценовую модель (см. формулу (3.63))

Для такой модели

$$G_L(y_p) = y_p\, R_L(1 - y_p / y_L)$$

и

$$Q(y_p) = R_L(y_p - x_p)(1 - y_p / y_L)) - L. \qquad (4.192)$$

Сравнивая это выражение с формулой (4.177), видим, что мы можем воспользоваться всеми формулами, выведенными для индивидуального товара, совершив в них простейшую замену:

$$y \to y_p \qquad x \to x_p.$$

Например, оптимальная цена реперного товара в данном случае:

$$y_{p,Q}^* = (1/2)(x_p + y_L). \qquad (4.193)$$

Точно таким же образом действуем при использовании других ценовых моделей. Поэтому мы имеем возможность при определении наилучшей цены реперного товара (а с ним и всех остальных товаров той группы, которую он представляет) воспользоваться всем набором приведенных выше рабочих расчётных формул для цены y_Q^*.

Пример 4.26

Предположим, что в нашем распоряжении находится группа товаров пяти разных наименований (или сортов, марок и т.п.). Таким образом, $n = 5$. Выберем один из этих товаров за реперный (применительно к нему будем здесь использовать индекс «один»). Пусть $x_1 = 3\ \$$. Себестоимости всех видов запишем так:

$$x_j = b_j x_1. \qquad (j = 1, 2 \ldots n)$$

Здесь $b_1 = 1$ и для примера

$$b_2 = 1{,}2\ ;\ b_3 = 1{,}5\ ;\ b_4 = 0{,}8\ ;\ b_5 = 0{,}6\ .$$

Будем считать, что в ходе пробных продаж реперному товару была присвоена пробная цена продажи $y_1 = 7\ \$$. Тогда для остальных видов эта цена устанавливается такой:

$$y_2 = 7\,b_2\ \$ = 8{,}4\ \$,\quad y_3 = 7\,b_3\ \$ = 10{,}5\ \$,$$
$$y_4 = 7\,b_4\ \$ = 5{,}6\ \$,\quad y_5 = 7\,b_5\ \$ = 4{,}2\ \$.$$

Пусть данному набору цен соответствует средняя ежедневная выручка

$$G_1(y_p = 7\$) = 1500\ \$/дн.$$

Для другой пробной продажи с ценой реперного товара $y_1 = 8\ \$$ для остальных видов товара цена продажи устанавливается такой:

$$y_2 = 8\,b_2\ \$ = 9{,}6\ \$,\quad y_3 = 8\,b_3\ \$ = 12{,}0\ \$,$$
$$y_4 = 8\,b_4\ \$ = 6{,}4\ \$,\quad y_5 = 8\,b_5\ \$ = 4{,}8\ \$.$$

Пусть данному набору цен соответствует средняя ежедневная выручка

$$G_2(y_p = 8\ \$) = 1400\ \$/дн.$$

Примем здесь для обработки экспериментальных данных линейную ценовую модель. Подставляя цены реперного товара и соответствующие им темпы выручки в формулы (3.69), находим такие значения групповых параметров избранной модели:

$$R_L = 489{,}3\ /дн.\ ,\quad y_L = 12{,}45\ \$.$$

Тогда согласно формуле (4.193) наилучшая цена продажи реперного товара

$$y_1^* = (1/2)\,(x_1 + y_L) = 7{,}725\ \$,$$

а наилучшие цены продажи остальных товаров данной группы таковы:

$$y_2^* = 7{,}725\,b_2\ \$ = 9{,}27\ \$\ ,\ y_3^* = 7{,}725\ b_3\ \$ = 11{,}59\ \$\ ,$$
$$y_4^* = 7{,}725\,b_4\ \$ = 6{,}18\ \$\ ,\ y_5^* = 7{,}725\ b_5\ \$ = 4{,}63\ \$\ .$$

Пусть $L = 300\ \$/дн.$ Тогда с помощью формулы (4.192) получаем наибольший возможный темп групповой прибыли:

$$Q_M = Q(y_p = 7{,}725\ \$\ ) = 577{,}42\ \$/дн.$$