ГЛАВА ТРЕТЬЯ

МИНИМАЛЬНЫЙ МАРКЕТИНГОВЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

3.1. НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ МАРКЕТИНГОВОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Начнём с того, что зададим самим себе такие вопросы: какую цель преследует маркетинговый эксперимент? В чём его необходимость?

Главную цель всего предприятия мы уже сформулировали - получить наибольшую прибыль, возможную в данных условиях. На пути к достижению этой цели мы должны последовательно решить определённый ряд задач. Начнём, например, с задачи нахождения оптимальной цены продажи при заданных условиях сбыта. Для того чтобы иметь возможность проводить конкретные расчёты, мы должны хорошо знать в некоторой области цен кривую спроса или хотя бы модель, приближённо описывающую эту кривую. Это означает, что нам нужно из ряда возможных моделей выбрать подходящую (а лучше всего - самую подходящую). При этом перед нами обязательно встаёт совершенно очевидный вопрос: каким образом можно найти численные значения параметров той или иной модели? Ответ один: эти параметры можно найти только опытным путём. Поскольку эти параметры для каждой системы фирма-рынок являются в значительной мере индивидуальными, каждая фирма должна проводить рыночные эксперименты самостоятельно. Итак, с целью получения наибольшей прибыли фирма должна проводить различные маркетинговые эксперименты. Эксперимент, который мы сейчас собираемся обсуждать, состоит в получении опытным путём таких данных, которые позволят посредством определённой методики расчётов найти параметры выбранной нами ценовой модели рынка.

Если таких параметров два, то для нахождения их потребуется минимум два ценовых эксперимента. Их суть заключается в сбыте товара при двух разных ценах и регистрации соответствующих этим ценам темпов сбыта или других показательных величин (это могут быть темпы выручки или темпы прибыли). В этом и будет состоять рассматриваемый нами минимальный маркетинговый эксперимент - экспериментов всего два и уменьшить их число невозможно. Самое существенное условие проведения эксперимента состоит в том, что при изменении цены продажи все прочие обстоятельства сбыта должны остаться неизменными. Такое условие - оно является совершенно необходимым - формулируется латинским выражением ***ceteris paribus*** («при прочих равных условиях») и часто именуется *ср*-условием. Теперь утверждение типа «увеличение цены товара при неизменности прочих сопутствующих обстоятельств ведёт к уменьшению объёма сбыта его» можно заменить столь же ёмкой, но более короткой фразой: «Сбыт падает при увеличении цены товара, *ceteris paribus*», или ещё короче: «Сбыт падает при увеличении цены товара, *ср* ».

Конечно, на практике не всегда удаётся строго соблюсти *ср*-условие при постановке экспериментов. Но к этому нужно всеми силами стремиться. Иначе в результате эксперимента будут получены не те данные, с которыми можно надёжно работать дальше. Таким образом, всякий эксперимент требует тщательной подготовки. Только в этом случае данные его можно будет рассматривать как представительные, не приводящие к ошибочным выводам.

Действительно, если мы хотим изучать влияние цены товара на темп сбыта, мы обязательно должны зафиксировать все прочие условия. Ведь если при разных экспериментальных ценах на товар изменится ещё что-то, наши данные будут показывать влияние на сбыт не только цены, но также и этого «что-то». В результате проследить влияние одной лишь цены продажи не удастся.

Следует уделить большое внимание и вопросу о продолжительности ценового маркетингового эксперимента. Он должен быть достаточно короток, чтобы за время эксперимента состояние рынка не успело заметно измениться. Общее правило - продолжительность маркетингового эксперимента должна быть намного меньше характерного времени изменения состояния рынка. Но, заметим, проводимое опытное исследование не может быть и чрезмерно коротким, потому что на рынке день на день не приходится, и необходимо набрать достаточно данных, чтобы свести разбросанную информацию к некоторым действительно показательным числам.

Опытов при ценовом маркетинговом эксперименте может быть и больше, чем число неизвестных рыночных параметров в ценовой модели темпа сбыта. Дополнительные, сверх минимально необходимых, опыты могут оказаться чрезвычайно полезными, а иной раз и необходимыми. Их можно использовать, например, для проверки пригодности выбранной ценовой модели, для повышения точности измерения параметров, а также для выбора наилучшей ценовой модели из некоторого ряда их. Ниже, в разделе 3.3, будет изложен стандартный метод обработки опытных данных при условии, что количество опытных точек превышает число неизвестных маркетинговых параметров.

Подчеркнём, что сами по себе данные маркетингового эксперимента представляют весьма ограниченную ценность. В полной мере эти данные могут быть использованы и привести к действительно впечатляющему эффекту лишь в рамках некоторой конкретной ценовой модели и определённой методики обработки данных. Правильный выбор ценовой модели резко увеличивает ценность данных, поскольку в таком случае они могут быть уверенно применены для практического решения проблемы оптимизации сбыта.

Еще раз обратим внимание на важный для практики вопрос о целесообразной продолжительности маркетингового эксперимента. Общего ответа на данный вопрос не существует. Однако ясное представление о допустимой погрешности интересующих нас величин и проведение в ходе эксперимента соответствующих мониторинговых расчётов может подсказать, в какой момент времени эксперимент можно прекратить.

3.2. ПРОСТЕЙШИЙ ВАРИАНТ РАСЧЁТА ПАРАМЕТРОВ ЦЕНОВЫХ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ МИНИМАЛЬНОГО МАРКЕТИНГОВОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Объём минимального маркетингового эксперимента зависит от того, на какие вопросы мы желаем экспериментальным путём получить ответы. Если мы ставим перед собой задачу найти численные значения двух параметров, входящих в выбранную двупараметрическую модель кривой спроса, тогда достаточно произвести всего два простейших ценовых эксперимента. Если же мы хотим увеличить точность расчётов этих двух параметров, или использовать модель с большим, чем два, количеством параметров, или, например, выбрать наилучшую ценовую модель из нескольких возможных, тогда потребуется более двух отдельных экспериментальных измерений при разных ценах.

В этом разделе мы рассматриваем простейший вариант минимального маркетингового эксперимента. Целью эксперимента является нахождение маркетинговых параметров выбранной ценовой двупараметрической модели. Здесь мы действуем в рамках простейшей процедуры, требующей минимальных усилий и совсем несложных расчётов. Эта процедура в данном случае состоит в том, что на определённом рынке в разное время (или на эквивалентных рынках в одно и то же время) при двух различных ценах y_1 и y_2 проводятся две пробные продажи некоторого товара (продажи кратковременны и ведутся, насколько это возможно, при одинаковых внешних условиях, то есть при *ср*-условиях). Обе пробные цены желательно выбрать в разумной области цен.

Вначале мы рассмотрим методику экспериментов, в ходе которых ведётся регистрация темпа сбыта. Затем рассмотрим другую методику, при которой регистрируется темп выручки.

Остаётся ещё один вопрос о выборе области цен, в которой будет проводиться ценовой эксперимент. Вопрос этот заслуживает внимания, потому что чем ближе экспериментальные цены окажутся к той цене, которая впоследствии будет признана оптимальной, тем точнее будут найдены значения

рыночных параметров модели. Если при выборе условий эксперимента нет никаких других соображений, полученных на основании предыдущей практики, можно поступить следующим образом.

Пусть себестоимость единицы товара равна x. Пусть, по нашим оценкам, сбыть товар по цене, превышающей цену y_∞ за штуку, нереально. Тогда в качестве разумных для эксперимента можно принять цены продажи, близкие к цене

$$(x y_\infty)^{1/2}. \qquad (3.1)$$

Именно в этой области цен следует ставить минимальный маркетинговый эксперимент, если нет иных веских соображений для выбора другой области цен для эксперимента. Обоснование приведенной конструкции даётся ниже, в Разделе 4.1.1 (см. формулу (4.65)).

Пример 3.1

Пусть, например, себестоимость единицы товара $x = 1\,\$$, а предельная цена сбыта, по нашим оценкам, $y_\infty = 4\,\$$. Тогда согласно формуле (3.1) минимальный маркетинговый ценовой эксперимент следует ставить в области $y \sim 2\,\$$.

3.2.1. Минимальный маркетинговый эксперимент с регистрацией темпа сбыта.

Перейдём теперь к подробному рассмотрению процедуры маркетингового эксперимента. Будем считать, что в ходе каждой пробной продажи регистрируется темп сбыта (на деле некоторый средний темп сбыта) R.

Отдельный эксперимент с каждой отдельной ценой проводится в течение некоторого времени, которое в ходе сопутствующих расчётов будет признано достаточным.

Рассмотрим пример подобных предварительных расчётов.

Пример 3.2

В приведенной ниже Таблице – 3.1 собраны данные по сбыту некоторого товара. Опыт при фиксированной цене продажи проводился в течение восьми дней.

ТАБЛИЦА - 3.1

Текущий день эксперимента	Число единиц товара, проданных за текущий день
1-й	13
2-й	10
3-й	12
4-й	15
5-й	8
6-й	13
7-й	9
8-й	12

С помощью этой таблицы можно увидеть, что в первые четыре дня эксперимента средний темп сбыта

$$< R >_{1-4} = (1/4)\,(13 + 10 + 12 + 15) = 12{,}5\,/\,дн.$$

За последующие четыре дня он несколько упал:

$$< R >_{5-8} = (1/4)\,(8 + 13 + 9 + 12) = 10{,}5\,/\,дн.$$

Эти данные могут свидетельствовать о падении спроса на данный товар, и над этим стоит призадуматься. Но отмеченное здесь уменьшение величины $< R >$ может носить и случайный характер. Тогда можно воспользоваться средним за восемь дней. Получаем:

$$< R >_{1-8} = (1/8)\,(13 + 10 + 12 + 15 + 8 + 13 + 9 + 12) = 11{,}5\,/\,дн.$$

Видно, что подлежащие дальнейшей обработке результаты четырёхдневного и восьмидневного экспериментов, расходятся примерно на десять процентов. Тут уже сам предприниматель должен решать, насколько пригодны эти данные и следует ли продолжать эксперимент.

Цену y, при которой проводился эксперимент, и полученную обработкой экспериментальных данных среднюю величину $< R >$ в дальнейшем рассматриваем как одну экспериментальную пару, или, в случае графического представления экспериментальных данных, как одну экспериментальную точку с координатами y и R.

Минимальный маркетинговый эксперимент, организованный с целью нахождения двух маркетинговых параметров, требует проведения измерений темпа сбыта как минимум при двух различных ценах.

Пусть опыт показал, что при цене продажи y_1 темп сбыта был равен R_1, а при цене продажи y_2 он был равен R_2. Это означает, что результатом эксперимента явились две пары чисел:

$$y_1 \text{ и } R_1, \quad y_2 \text{ и } R_2.$$

Мы здесь ограничимся рассмотрением лишь монотонно спадающих кривых спроса. Тогда при $y_2 > y_1$ зарегистрированные темпы сбыта удовлетворяют неравенству $R_2 < R_1$.

Используя определённую двупараметрическую модель кривой спроса $R(y, a, b)$, мы вычисляем параметры модели a и b путём решения такой системы уравнений:

$$R_1 = R(y_1, a, b)\,; \quad R_2 = R(y_2, a, b)\,. \qquad (3.2)$$

3.2.1.1. *Линейная ценовая модель*

Для наглядности внесём полученные числа (y_1 и R_1, y_2 и R_2) в виде двух точек в систему координат, показанную на рис. 3.1. Примерим эти данные к линейной ценовой модели (2.1). Для неё, как указывалось выше, модельная кривая спроса имеет вид прямой линии (см. рис. 2.1). Перенесём обе точки с рис. 3.1 на рис. 3.2 и проведём через них прямую линию, как показано на последнем рисунке. Отсечки на осях в соответствии с формулой (2.1) дадут нам искомые величины - рыночные параметры линейной ценовой модели y_L и R_L.

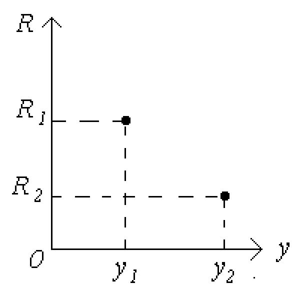


Рис. 3.1.

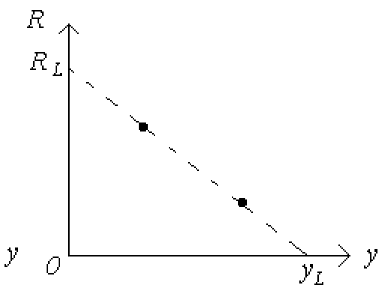


Рис. 3.2.

Эти параметры можно найти также и алгебраическим путём (см. систему уравнений (3.2)). Подставим экспериментально полученные пары чисел в формулу (2.1) и запишем так:

$$R_1 = R_L(1 - y_1/y_L)\ ;\ R_2 = R_L(1 - y_2/y_L)\ .$$

Получили систему двух уравнений с двумя неизвестными: R_L и y_L. Решение этой системы имеет такой вид:

$$y_L = (y_2R_1 - y_1R_2)\,/\,(R_1 - R_2)\ ; \qquad (3.3)$$

$$R_L = (y_2R_1 - y_1R_2)\,/\,(y_2 - y_1)\ . \qquad (3.4)$$

В некоторых случаях, например, при большом разнообразии товара, может оказаться более удобным в ходе минимального маркетингового эксперимента регистрировать не темпы сбыта R, относящиеся к разным пробным ценам продажи отдельных видов товара, а другие величины, например, темпы выручки g при продаже всей исследуемой группы товара. Такой вариант будет подробно рассмотрен позже в Разделе 3.6.

Пример 3.2

Пусть результаты минимального рыночного эксперимента имеют такой вид:

$$y_1 = 1{,}0\ \$\ ;\quad R_1 = 600\,/\,дн.\ ;\ y_2 = 1{,}2\ \$\ ;\quad R_2 = 500\,/\,дн.$$

Практический расчёт рыночных параметров начинается с того, что мы вводим две точки, задаваемые двумя приведенными парами чисел (y_1, R_1) и (y_2, R_2), в систему координат $\{y, R\}$, как это показано на рис. 3.2. Проводим через них прямую линию. Тогда по отсечкам на осях находим такие значения рыночных параметров:

$$y_L = 2{,}2\ \$\ ;\ R_L = 1100\,/\,дн.$$

Те же самые значения мы получим, используя формулы (3.3) и (3.4). Из приведенного здесь результата сразу видно, что прибыльный сбыт при цене, превышающей предельную цену $2{,}2\ \$$, практически невозможен.

Проверочный маркетинговый эксперимент.

Мы только что рассмотрели обработку данных маркетингового эксперимента с помощью линейной ценовой модели. Но теперь естественно поставить самому себе несколько вопросов:

Были ли мы правы, выбирая именно линейную ценовую модель? Как убедиться, что эта модель нам подходит и на основании её можно обрабатывать опытные данные?

Чтобы ответить на эти вопросы, необходимо провести, как минимум, ещё одну пробную продажу по цене, отличной от первых двух. Будем считать, что в результате дополнительного, третьего эксперимента с ценой y_3, отличной от первых двух цен y_1 и y_2, в распоряжении предпринимателя появилась третья пара чисел:

$$y_3 \text{ и } R_3\ .$$

Дальше можно действовать двумя способами. Первый, самый нехитрый, заключается в том, что последняя пара чисел наносится на тот же рис. 3.2 в виде третьей точки. Если она вместе с двумя предыдущими точками хорошо ложится на одну прямую, использование линейной модели вполне допустимо. Если нет, следует попробовать использовать какую-нибудь другую ценовую модель, например, одну из моделей, рассмотренных выше.

Другой способ заключается в следующем. Возьмём значения параметров y_L и R_L, полученные в ходе двух первых экспериментов, и используем их совместно с новыми опытными данными y_3 и R_3. Составим из всех этих чисел такую комбинацию:

$$W = (R_L/R_3)\,(\,1 - y_3/y_L\,)\ . \qquad (3.5)$$

Если рассчитанная безразмерная величина W близка к единице, использование линейной модели оправдано. Если не близка, от линейной ценовой модели следует отказаться (см. также ниже Раздел 3.5). Вопрос о приемлемой близости величины (3.5) к единице (или о неприемлемом удалении от неё) остаётся на усмотрение предпринимателя.

Пример 3.3

Будем основываться на данных Примера 3.2. Предположим, что третий эксперимент, проверочный к указанному там эксперименту, дал такой результат:

$$y_3 = 0{,}95\ \$\ ;\ R_3 = 670\,/\,дн.$$

Подставим эти числа и значения параметров y_L и R_L, рассчитанные в Примере 3.1, в формулу (3.4). Получаем: $W = 0,93$.

Считать полученную величину близкой к единице или недопустимо отклоняющейся от единицы (на целых 7 %) должен сам предприниматель. Но и здесь возможен полезный вспомогательный методический ход.

Предположим, что использованные выше значения величин R_1, R_2 и R_3 являются результатом некоторого усреднения. Пусть, для примера, величина R_3 была получена путём шестидневного эксперимента, проводившегося при цене y_3. Пусть данные по отдельным дням распределились так, как указано в приведенной здесь таблице.

ТАБЛИЦА - 3.2

День	*Число проданных единиц товара*
1-й	630
2-й	720
3-й	683
4-й	717
5-й	629
6-й	641

Из этой таблицы видно, что средний темп сбыта при цене y_3 равен

$$R_3 = (1/6)\,(630 + 720 + 683 + 717 + 629 + 641) = 670\,/дн.$$

Заметим, что из приведенной таблицы можно извлечь больше, чем одно лишь среднее арифметическое. Рассчитаем величину σ - среднее квадратичное отклонение от среднего значения. Приведём результат:

$$\sigma = 38{,}7\,/\,дн.$$

В процентном отношении $\sigma / R_3 = 5,8\ \%$. Эта величина сравнима с полученной ранее величиной расхождения в 7 %. Можно считать, что в пределах точности эксперимента линейная ценовая модель в рассмотренном примере является приемлемой.

3.2.1.2. *Гиперболическая модель*

Используем здесь форму (2.3). Для такого случая система уравнений (3.2) имеет следующий вид:

$$R_1 = R_H\,(Y/y_1 - 1)\,; \quad R_2 = R_H\,(Y/y_2 - 1)\,.$$

Её решение:

$$Y = y_1 y_2\,(R_1 - R_2)\,/\,(y_1 R_1 - y_2 R_2)\,; \tag{3.6}$$

$$R_H = (y_1 R_1 - y_2 R_2)\,/\,(y_2 - y_1)\,. \tag{3.7}$$

3.2.1.3. *Изоэластичная модель*

Здесь в системе уравнений (3.2) используется форма (2.5). При этом получаем такую систему:

$$R_1 = S_\lambda / y_1^{\lambda}\,; \quad R_2 = S_\lambda / y_2^{\lambda}\,.$$

Её решение:

$$\lambda = \ln\,(R_1/R_2)\,/\,\ln\,(y_2/y_1)\,; \tag{3.8}$$

$$S_\lambda = R_1 y_1^{\lambda}\,. \tag{3.9}$$

3.2.1.4. *Экспоненциальная модель*

В этом случае используется модельная кривая (2.7). Тогда система уравнений (3.2) принимает следующий вид:

$$R_1 = R_v \exp\,(-y_1/v)\,; \quad R_2 = R_v \exp\,(-y_2/v)\,.$$

Её решение:

$$v = (y_2 - y_1)\,/\,\ln\,(R_1/R_2)\,; \tag{3.10}$$

$$R_v = R_1\,(R_1/R_2)^{w}\,;\ w = y_1/(y_2 - y_1)\,. \tag{3.11}$$

3.2.1.5. *Эллиптическая модель*

Здесь используется форма (2.9). Для такого случая система уравнений (3.2) принимает следующий вид:

$$R_1 = R_e\,[\,1 - (y_1/y_e)^2]^{1/2}\,; \quad R_2 = R_e\,[\,1 - (y_2/y_e)^2]^{1/2}\,.$$

Её решение:

$$y_e = [\,(y_2^2 R_1^2 - y_1^2 R_2^2)/(R_1^2 - R_2^2)\,]^{1/2}\,; \tag{3.12}$$

$$R_e = [(y_2^2 R_1^2 - y_1^2 R_2^2)\,/\,(y_2^2 - y_1^2)\,]^{1/2}\,. \tag{3.13}$$

Рассмотрим на конкретном примере, как используются полученные формулы для расчёта рыночных параметров выбранной ценовой модели.

Пример 3.4

Будем считать, что нам известны такие данные рыночного эксперимента: при пробной продаже по цене $y_1 = 10\ \$$ за единицу товара средний темп сбыта $R_1 = 100\,/\,дн.,$ а при цене продажи $y_2 = 12\ \$$ темп сбыта $R_2 = 70\,/\,дн.$

Подставляя полученные в ходе опыта числа y_1, y_2, R_1 и R_2 в рабочие расчётные формулы (3.3) - (3.13), находим маркетинговые параметры для всех пяти ценовых моделей. Приведенные ниже числа являются при последующих расчётах промежуточными, поэтому не будем заранее их слишком сильно округлять. Наоборот, в виде мудрой предосторожности зафиксируем на промежуточном этапе, которым является данный пример, побольше значащих цифр. Заранее, не имея достаточного опыта, нелегко сказать, какая точность является достаточной, поэтому не повредит некоторая перестраховка. В дальнейшем мы часто будем поступать подобным образом. Итак, получили следующие значения:

1). Линейная модель (см. (2.1), (3.3) и (3.4)):

$$y_L = 16{,}66667\ \$\ ,\ R_L = 250\,/\,дн.$$

2). Гиперболическая модель (см. (2.3), (3.6) и (3.7)):

$$Y = 22{,}5\ \$\ ,\ R_H = 80\,/\,дн.$$

3). Изоэластичная модель (см. (2.5), (3.8) и (3.9)):

$$\lambda = 1{,}956296\ ,\ S_\lambda = 9042{,}656\ \$^{1{,}956...}/\,дн.$$

4). Экспоненциальная модель (см. (2.7), (3.10) и (3.11)):

$$v = 5{,}607347\ \$\ ,\ R_v = 594{,}990\,/\,дн.$$

5). Эллиптическая модель (см. (2.9), (3.12) и (3.13)):

$$y_e = 13{,}648242\ \$\ ,\ R_e = 146{,}938453\,/\,дн.$$

Отметим, что опытные данные, использованные в данном примере, свидетельствуют о небольшой эластичности спроса. Действительно, как уже отмечалось выше (см. формулу (2.6)), для изоэластичной модели эластичность $E = \lambda$. Следовательно, в рассматриваемом здесь примере $E \approx 2$. Мы впоследствии (в Примере 4.9) используем полученные здесь числа и убедимся, что при такой не слишком высокой эластичности все пять

ценовых моделей укажут практически одинаковую оптимальную цену сбыта.

Пример 3.5

В качестве ещё одного примера рассмотрим данные ценового маркетингового эксперимента, проведенного фирмой, производящей и продающей наборы медицинской пластиковой фурнитуры. Агент фирмы, проводя маркетинговый эксперимент, обратился к отдельным госпиталям и практикующим врачам, предлагая им стандартные наборы по той или иной из четырёх различных цен. Число заказанных медиками наборов оказалось довольно сильно зависящим от запрошенной агентом цены набора (естественный результат для рынка свободной конкуренции). Данные проведенного ценового эксперимента показаны в Таблице - 3.3.

ТАБЛИЦА - 3.3

y	R
10,0	50
10,5	33
12,0	10
13,0	4

Здесь цены y, запрашиваемые агентом, указаны в долларах, а соответствующие им величины R показывают количество единиц товара, заказанных покупателями в среднем за один день.

Проведём расчёт параметров разных ценовых моделей с помощью данных этой таблицы. Заметим, что здесь данных больше, чем требует минимальная программа расчёта. И это очень хорошо, поскольку в дальнейшем позволит уверенно выделить ту ценовую модель, которая наилучшим образом согласуется с данными опыта. Но в начале, простоты ради, мы используем только две экспериментальные точки. Это позволит при расчёте маркетинговых параметров использовать ранее полученные простейшие рабочие формулы. В качестве двух опорных точек возьмём сейчас крайние экспериментальные точки из Таблицы - 3.3. Итак, полагаем:

$$y_1 = 10\,\$\,,\quad y_2 = 13\,\$\,,\quad R_1 = 50\,/\,дн.\,,\quad R_2 = 4\,/\,дн.$$

Подставляя эти числа в формулы (3.3) - (3.13), получаем такие результаты (сохраняем здесь, для примера, шесть знаков после запятой, хотя это и не обязательно):

1) *Линейная модель*

$$y_L = 13{,}260870\,\$\,,\qquad R_L = 203{,}333333\,/дн.\,;$$

2) *Гиперболическая модель*

$$Y = 13{,}348214\,\$\,,\quad R_H = 149{,}333333\,/\,дн.\,;$$

3) *Изоэластичная модель*

$$\lambda = 9{,}626801\,,\; S_\lambda = 2{,}117244\times\,10^{11}\,\$^{\,9,6....}/\,дн.\,;$$

4) *Экспоненциальная модель*

$$v = 1{,}187776\,\$\,,\; R_v = 2{,}266401\times\,10^5/\,дн.\,;$$

5) *Эллиптическая модель*

$$y_e = 13{,}017083\,\$\,,\; R_e = 78{,}102497\,/\,дн.$$

С учётом неточности эксперимента все эти числа, конечно, следовало бы округлить. Однако мы этого сейчас делать не будем, поскольку округление лучше проводить на заключительном этапе маркетинговых расчётов, а маркетинговые параметры по той роли, которую они играют при оптимизационном расчёте, являются промежуточными расчётными величинами.

Обратим внимание на результат $\lambda = 9{,}626801$. В силу результата (2.6), можно сделать вывод о весьма высокой эластичности рынка в данном примере: $E >> 1$ (довольно близко к 10) . Из этого следует, что требования к выбору адекватной ценовой модели становятся довольно жёсткими.

В данном примере, как уже отмечалось, число экспериментальных данных превышает необходимое число их для выполнения простейших расчётов. Но это не означает, что часть данных является совсем уж излишней и напрасно были затрачены труд и время на их получение. Избыточные данные можно (и нужно) с успехом использовать для повышения точности расчётов, для выбора наиболее подходящей ценовой модели.

3.3. ОБРАБОТКА ДАННЫХ МАРКЕТИНГОВОГО ЭКСПЕРИМЕНТА В РАМКАХ ЛИНЕЙНОГО РЕГРЕССИОННО-КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА

Рассмотрим здесь в общем виде стандартную практическую процедуру обработки экспериментальных данных, использующую методику линейного регрессионного анализа и элементарную оценку уровня корреляции.

Будем считать, что некоторая фирма провела экспериментальное маркетинговое исследование, изучая, как влияет изменение некоторой рыночной величины z на изменение другой рыночной величины M . При этом реальный смысл величин z и M для нас в этом пункте не имеет никакого значения. Просто полагаем, что экспериментальным путём проводится изучение зависимости M от z .

В ходе эксперимента фирма своей волей, руководствуясь собственными соображениями, задаёт некоторое определённое значение величине z и регистрирует теперь уже не зависящий от её воли отклик рынка на данное значение z появлением соответствующего значения некоторой величины M. И такое повторяется n раз при различных значениях величины z . Представим результаты эксперимента в виде набора n пар чисел:

$$z_1\,,\quad M_1;$$
$$z_2\,,\quad M_2;$$
$$....................$$
$$z_n\,,\quad M_n.$$

Таким образом, в нашем распоряжении имеется два вариационных ряда,

$$z_1\,,...,\,z_n \quad \text{и} \quad M_1,...,\;M_n\;,$$

между которыми, по нашему разумению, имеется некоторая связь (корреляция), позволяющая судить о существовании вполне определённой зависимости $M(z)$, отражающей некоторую сущность данного рынка.

Предположим, что истинная зависимость M от z в интересующем нас диапазоне значений аргумента может быть довольно хорошо представлена линейной функцией:

$$M(z) \;=\; a + bz\;. \tag{3.14}$$

Конечно, это - лишь предположение (в данном случае модель связи между M и z). Но оно является разумным, если учесть, что любая непрерывная (вместе со своей производной) функция $M(z)$ в некоторой области изменения аргумента может с заданной точностью быть представлена линейной функцией. Пределы нашего рассмотрения могут быть существенно расширены, если мы будем работать также и с нелинейными функциональными зависимостями, которые после соответствующих операций могут быть представлены как формально линейные соотношения (см. ниже).

Будем называть уравнение (3.14) уравнением линейной регрессии.

Наша задача - опираясь на представленные выше экспериментальные пары чисел, построить наилучшим образом функциональную связь вида (3.14), то есть наилучшим образом найти для рассматриваемого случая числа a и b (они называются регрессионными коэффициентами). Экспериментальные данные в виде точек и регрессионная линия (3.14) показаны в виде примера на рис. 3.3. Наилучшим выбором мы считаем такой выбор регрессионных коэффициентов, который обеспечивает минимальность суммы квадратов отклонений экспериментальных точек от линии регрессии.

После того, как числа a и b найдены (ниже будет показано, как это сделать), нам надлежит убедиться, что линейная зависимость (3.14) действительно приближённо выполняется и выяснить, насколько хорошим является это приближение.

Для последующего рассмотрения нам понадобится ввести ряд новых величин, имеющих смысл арифметических средних:

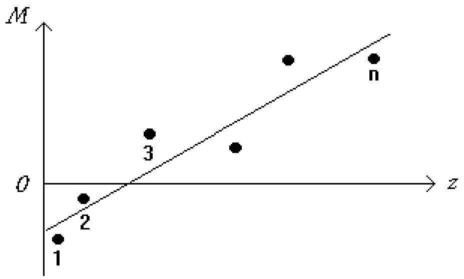


Рис. 3.3.

$$<z> = (1/n)\sum_{j=1}^{n} z_j \quad (3.15)$$

$$<M> = (1/n)\sum_{j=1}^{n} M_j \quad (3.16)$$

$$<z^2> = (1/n)\sum_{j=1}^{n} (z_j)^2 \quad (3.17)$$

$$<zM> = <Mz> = (1/n)\sum_{j=1}^{n} z_j M_j \quad (3.18)$$

При этом величины (3.15) и (3.16) являются просто средними значениями (арифметическими средними) аргумента и функции, соответственно.

Рассчитав приведенные четыре величины, мы получаем возможность сосчитать коэффициенты регрессионной функции (3.14). Они даются такими формулами:

$$a = \frac{<M><z^2> - <Mz><z>}{<z^2> - <z>^2} \quad (3.19)$$

$$b = \frac{<Mz> - <M><z>}{<z^2> - <z>^2} \quad (3.20)$$

При конкретных расчётах можно использовать и такую формулу:

$$a = <M> - b<z> \quad (3.21)$$

После того, как величины a и b рассчитаны, следует убедиться, что полученная линейная зависимость (3.14) действительно хорошо коррелирует с имеющимся в нашем распоряжении набором экспериментальных чисел z_j и M_j

(здесь $j = 1, 2, \dots, n$). Для этого необходимо рассчитать коэффициент корреляции r^2. Он называется также коэффициентом детерминации и даётся таким выражением:

$$r^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n}(a + bz_j - \langle M \rangle)^2}{\sum_{j=1}^{n}(M_j - \langle M \rangle)^2} . \qquad (3.22)$$

Этот коэффициент можно представить также и в виде

$$r^2 = b^2 \sigma^2(z) / \sigma^2(M) , \qquad (3.23)$$

где

$$s(z) = [\langle z^2 \rangle - \langle z \rangle^2]^{1/2} , s(M) = [\langle M^2 \rangle - \langle M \rangle^2]^{1/2} . \quad (3.24)$$

Отсюда следует:

$$r^2 = \frac{[\langle M z \rangle - \langle M \rangle \langle z \rangle]^2}{(\langle M^2 \rangle - \langle M \rangle^2)(\langle z^2 \rangle - \langle z \rangle^2)} . \quad (3.25)$$

Приведенная величина всегда находится в таких пределах: $0 \le r^2 \le 1$. В литературе, относящейся к практике проведения регрессионно-корреляционного анализа, часто указывают, что при $r^2 > 0,8$ можно достаточно уверенно говорить о применимости линейной модельной формы вида (3.14) для описания результатов эксперимента. По нашему мнению, при микроэкономических расчётах требования к уровню корреляции являются намного более жёсткими. Да и сам коэффициент корреляции, как окажется, имеет скорее относительную, чем абсолютную ценность. Это будет видно из рассмотренных ниже Примеров 3.7 и 3.8.

Пример 3.6

В этом примере проводится анализ данных опыта, целью которого является построение линейной регрессии и нахождение уровня корреляции.

Некоторая фирма, выпуская на рынок новый сорт печенья, желает узнать, как зависит спрос на это печенье от цены его. С этой целью фирма в течение семи дней проводит в трёх городах, которые она считает эквивалентными (*ceteris paribus*), пробные

продажи по трём различным ценам (указанные ниже цены относятся к однофунтовой упаковке):

$$y_1 = 3,69\,\$,\ y_2 = 3,99\,\$,\ y_3 = 4,29\,\$.$$

Будем отмечать все величины, относящиеся к j-ой цене ($j = 1, 2, 3$), тем же индексом j. Будем также отмечать индексом k величины, относящиеся к k-му дню эксперимента. Так, величина R_{jk} обозначает количество проданных однофунтовых упаковок по j-ой цене в k-ый день эксперимента. Приведём экспериментальные данные в виде Таблицы - 3.4.

ТАБЛИЦА - 3.4

k		R_{1k}	R_{2k}	R_{3k}
1		15	10	7
2		11	8	6
3		18	12	8
4		14	10	10
5		17	13	9
6		17	14	11
7		13	10	12
		$y_1 = 3,69$	$y_2 = 3,99$	$y_3 = 4,29$

Из этой таблицы следует, например, что в 5-ый день эксперимента по цене $y = 3,99\,\$$ было продано 13 упаковок нового печенья.

Приведенная таблица содержит довольно много чисел (очевидные размерности их здесь опускаем). Перед проведением регрессионно-корреляционного анализа удобно эту таблицу несколько уменьшить (редуцировать), вводя промежуточные средние величины. Подсчитаем средние темпы сбыта для каждой пробной цены:

$$R_1 = (1/7)\sum_{k=1}^{7} R_{1k} = 15,0 ,$$

$$R_2 = (1/7)\sum_{k=1}^{7} R_{2k} = 11,0 ,$$

$$R_3 = (1/7)\sum_{k=1}^{7} R_{3k} = 9,0 .$$

Теперь мы можем составить укороченную рабочую таблицу данных, подлежащих регрессионному анализу.

ТАБЛИЦА - 3.5

y ($)	R (1/дн.)
$y_1 = 3,69$	$R_1 = 15,0$
$y_2 = 3,99$	$R_2 = 11,0$
$y_3 = 4,29$	$R_3 = 9,0$

Введём эти данные в формулы (3.15) - (3.22). При этом под величинами z_j мы теперь понимаем цены y_j, а под величинами M_j - темпы сбыта R_j. Тогда формула регрессии (3.14) принимает такой вид:

$$R(y) = a + by \ . \qquad (3.26)$$

Расчёт по формулам (3.15) - (3.18) приводит к таким средним величинам:

$$\langle y\rangle = 3,\,99\,00\ \$\ , \quad \langle R\rangle\ 11,\,6667\,/дн.\ ,$$
$$\langle y^2\rangle = 15,\,9801\ \$^2\ , \quad \langle yR\rangle = 45,\,9500\ \$\,/\,дн.$$

Заметим, что здесь приведены расчётные величины с точностью до четырёх знаков после запятой. Разумеется, такая точность является излишней для заключительных величин, но на промежуточном этапе желательно обходиться без значительных округлений, потому что главные порядки вычитаемых величин могут попасть под сокращение.

Подставляя приведенные числа в формулы (3.19) и (3.20), получаем:

$$a = 51,\,5668\,/дн.\ , \quad b = -\,10,\,0000\,/\$\ дн.$$

В итоге регрессионная зависимость темпа сбыта от цены товара может быть записана в таком виде:

$$R(y) = 51,\,5668\,/дн.\ -\ 10,\,0000\times y\,/\,\$\ дн.$$

Следует помнить, что рассчитываемые коэффициенты a и b (если рассматривать их не как промежуточные, а как конечные величины) подлежат округлению, например такому:

$$R(y) = 51,6\,/дн. - 10\times y\,/\,\$\ дн.$$

Уровень округления определяется достоверностью средних величин R_1, R_2 и R_3.

Рассчитаем средние квадратичные отклонения $\sigma_j(R)$ по формуле

$$\sigma_k(R) = \sqrt{(1/7)\sum_{j=1}^{7}\left(R_{jk} - R_j\right)^2}\ . \quad (k = 1, 2, 3) \qquad (3.27)$$

Используя данные Таблицы - 3.5, находим:

$$\sigma_1/R_1 = 0,155\ , \quad \sigma_2/R_2 = 0,165\ , \quad \sigma_3/R_3 = 0,167\ .$$

Теперь можно сказать, что величины R_1, R_2 и R_3, а с ними и величины a и b, известны нам с точностью около 20% . Поэтому при практических оценках больше доверия вызывает округлённая регрессионная формула:

$$R(y) = 50\,/дн. - 10\,(1/\$\ дн.)\times y\ .$$

Проверим теперь законность линейного моделирования истинной зависимости $R(y)$. Подставляя из Таблицы - 3.4 данные семидневного эксперимента в формулу (3.25) и используя в промежуточном счёте неокруглённые значения величин a и b, получаем: $r^2 = 0,964$.

Отсюда можно сделать вывод, что линейный закон (3.26) на практике выполняется довольно хорошо, и для конкретных оценок фирма может достаточно уверенно пользоваться формулой линейной регрессии. Однако рассмотрение других примеров поставит этот вывод под сомнение.

3.4. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ ДЛЯ ПЯТИ ЛИНЕАРИЗУЕМЫХ ЦЕНОВЫХ МОДЕЛЕЙ

3.4.1. Преобразование нелинейных ценовых моделей к условно линейному виду

В Разделе 3.2 мы показали, как с помощью двух экспериментальных точек с координатами (y_1, R_1) и (y_2, R_2) рассчитываются оба параметра любой двупараметрической ценовой модели темпа сбыта (см. формулы (3.3) - (3.13)). Однако, если мы захотим произвести проверку пригодности любой из заранее выбранных моделей этого набора, потребуется провести, по крайней мере, ещё один ценовой опыт и получить, по крайней мере, ещё одну экспериментальную точку. Если есть возможность получить без особых усилий больше точек, чем три, такой возможностью пренебрегать не следует.

Предпринимателя, конечно, всегда интересуют совершенно естественные вопросы: какая из ценовых моделей темпа сбыта (например, из пяти моделей, рассмотренных выше) больше всего подходит для его конкретного бизнеса и как выбрать из нескольких возможных моделей наилучшую для фирмы при данном состоянии рынка? В дальнейшем мы будем подробно рассматривать вопрос о методике выбора наилучшей модели для конкретного предприятия. И такой выбор среди двупараметрических моделей становится возможным только в том случае, когда минимальный маркетинговый эксперимент проведен не менее чем при трёх различных ценах.

Будем считать, что в нашем распоряжении имеется $n > 2$ пар численных данных проведенного ценового эксперимента:

$$\begin{array}{ll} y_1 , & R_1 ; \\ y_2 , & R_2 ; \\ y_3 , & R_3 ; \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ y_n , & R_n . \end{array}$$

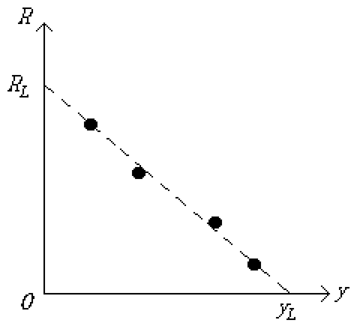


Рис. 3.4.

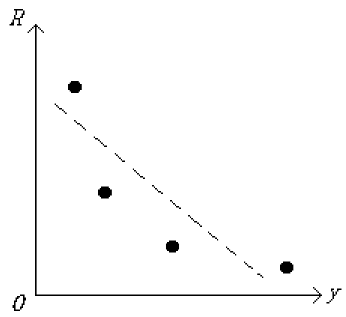


Рис. 3.5.

Нанесём эти данные в виде n точек, каждая из которых имеет координаты (y_j , R_j) (при этом $j = 1, 2, 3, \ldots, n$), на график, показанный выше на рис. 3.4. В том случае, когда

условиям рынка вполне соответствует линейная ценовая модель темпа сбыта (2.1), все экспериментальные точки достаточно хорошо ложатся на одну прямую (например, так, как показано на рис. 2.12).

При этом отсечки этой прямой линии на координатных осях сразу показывают величину параметров ценовой модели R_L и y_L. Если же точки плохо укладываются на прямую линию (см. выше рис. 3.5), мы делаем вывод о непригодности линейной ценовой модели вида (2.1). Здесь мы использовали слова «хорошо» и «плохо». В дальнейшем мы введём определённую численную меру, которая придаст этим пока не очень определённым здесь понятиям достаточно точный смысл.

Представленная здесь простая схема совершенно не годится в прежнем виде для других ценовых моделей (см. формулы (2.3), (2.5), (2.7) и (2.9)), потому что в них связь между темпом сбыта R и ценой продажи y является нелинейной. Для них график $R(y)$ не является прямой линией (см. рис. 2.6, 2.8, 2.12 и 2.14). Чтобы иметь возможность и в таких случаях использовать удобство работы с линейной моделью, выражающееся в полной наглядности размещения экспериментальных точек на графике (см., например, рис. 3.4), следует попытаться придать выражениям (2.3), (2.5), (2.7) и (2.9) такой вид, который бы формально отражал линейную связь между некоторыми величинами, одна из которых зависит только от темпа сбыта R, а вторая – только от цены y.

Отметим, что вся методика линейного регрессионно-корреляционного анализа может быть с успехом использована только в том случае, если нам удастся исследуемым зависимостям придать вид формально линейных соотношений (см. ниже).

Напомним, что линейной функцией $M(z)$ называется функция вида (см. 3.14)

$$M = a + b z ,$$

где a и b - произвольные числа (они являются параметрами функции (3.14); могут иметь любой знак и быть нулём), а величина z может принимать любые значения от минус до плюс бесконечности.

Теперь проделаем некоторые простые операции над формулами (2.3), (2.5), (2.7) и (2.9) с целью представить все ранее рассмотренные ценовые модели в виде формально линейных зависимостей (по типу (3.14)) между удобными для графических построений величинами. Для начала выберем и зафиксируем единицы измерения. Например, один доллар и один день. После этого будем обращаться со всеми величинами, входящими в ценовые модели (2.1), (2.3), (2.5), (2.7) и (2.9), как с безразмерными величинами, и только в самом конце припишем результирующим величинам их совершенно очевидные размерности. В итоге приходим к нижеприведенным выражениям.

1). *Линейная модель*

Представим формулу (2.1) в таком виде:

$$R(y) = R_L - (R_L / y_L) \times (y) . \quad (y \le y_L) \qquad (3.28)$$

Детальное сравнение этого выражения с формулой (3.14) показывает, что в данном случае роль линейной функции M играет величина $R(y)$, роль параметра a - величина R_L , роль параметра b - комбинация $(-R_L / y_L)$, роль независимой переменной (аргумента) z - величина y .

2). *Гиперболическая модель*

Запишем так:

$$R(y) = - R_H + R_H Y \times (1/y) . \quad (y \le Y) \qquad (3.29)$$

Эта запись получена простой перегруппировкой членов в выражении (2.3). Здесь согласно формуле (3.14) роль линейной функции M играет величина R , роль параметра a – величина $(- R_H)$, роль параметра b – величина $R_H Y$, роль независимой переменной – величина $1/y$.

3). *Изоэластичная модель*

Используем такую запись:

$$\ln R(y) = \ln S_\lambda - \lambda \times (\ln y) . \qquad (3.30)$$

Данное выражение получено путём логарифмирования левой и правой частей формулы (2.5). В этом случае согласно конструк-

ции (3.14) роль линейной функции M исполняет величина $\ln R$, роль параметра a – величина $\ln S_\lambda$, роль параметра b – величина $(-\lambda)$, роль независимой переменной – величина $\ln y$.

4) *Экспоненциальная модель*

Примем такую форму:

$$\ln R(y) = \ln R_v - (1/v) \times (y) . \qquad (3.31)$$

Данное выражение также получено путём логарифмирования в формуле (2.7). Для такой модели в соответствии с формулой (3.14) роль линейной функции M играет величина $\ln R$, роль параметра a - величина $\ln R_v$, роль параметра b – величина $(-1/v)$, роль независимой переменной – величина y.

5). *Эллиптическая модель*

Здесь используем следующую форму:

$$R^2(y) = R_e^2 - (R_e^2/y_e^2) \times (y^2) . \quad (y \le y_e) \qquad (3.32)$$

Это выражение получено путём возведения в квадрат левой и правой частей формулы (2.9). В этом случае путём сравнения с формулой (3.14) устанавливаем, что роль функции M играет величина R^2 , роль параметра a – величина R_e^2, роль параметра b теперь играет величина $(-R_e^2/ y_e^2)$, роль независимой переменной – величина y^2 .

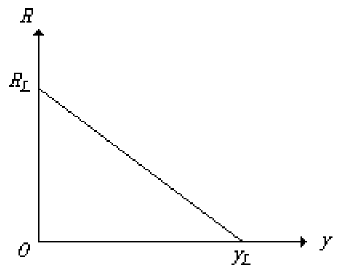


Рис. 3.5.

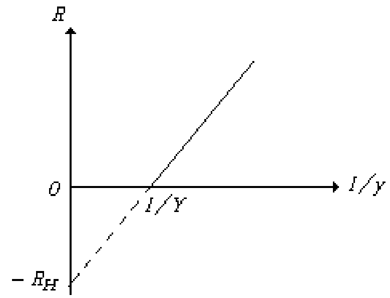
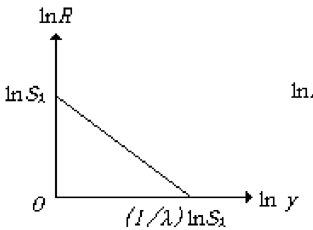


Рис. 3.6.



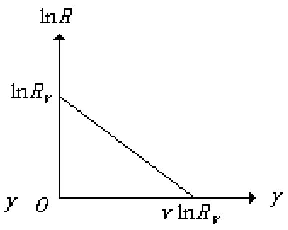


Рис. 3.7. Рис. 3.8.

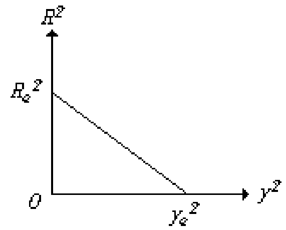


Рис. 3.9.

На графиках, показанных на рис. 3.5 - 3.9, зависимости (3.28) - (3.32) изображаются прямыми линиями.

Изобразим экспериментальные данные, представленные парами чисел

$$(y_1, R_1), \quad (y_2, R_2), \quad (y_3, R_3) \quad \text{и т. д.},$$

в виде точек в разных системах координат, показанных на приведенных рисунках. В одной из систем экспериментальные точки (их должно быть не меньше трёх!) уложатся ближе, чем в других, к прямой линии. Это и укажет, какая из применяемых ценовых моделей лучше всего описывает реальную ситуацию.

Если экспериментальные точки во всех рассмотренных ранее пяти случаях не уложатся приемлемым образом на соответствующую прямую, придётся искать другую ценовую модель, не входящую в круг моделей, рассмотренных выше.

В дальнейшем мы покажем другие способы оценки моделей, на практике более удобные. При этом для расчёта параметров эффективно используются не две экспериментальные точки, как в формулах (3.3) - (3.13), а сразу все n экспериментальных точек ($n > 2$).

Но при определённом навыке работы расчётчик часто может сразу выбрать из большого числа экспериментальных точек (если таковые имеются в его распоряжении) такую пару точек, которую сочтёт достаточно показательной и пригодной для вычислений по простейшим формулам, выведенным применительно к двум экспериментальным точкам. Это вполне допустимо, если принять во внимание ограниченную точность минимального маркетингового эксперимента.

3.4.2. Применение линейного регрессионно-корреляционного анализа к линеаризованным моделям

Здесь мы приведём рабочие формулы, позволяющие использовать основные возможности простейшей методики регрессионно-корреляционного анализа в применении к различным ценовым моделям, из которых лишь одна является исходно линейной моделью.

Будем снова считать, что в нашем распоряжении находится набор экспериментальных данных в виде $n > 2$ точек:

$$y_1, R_1;$$
$$y_2, R_2;$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$y_n, R_n.$$

Обратимся к ранее рассмотренным пяти ценовым моделям (см. формулы (2.1) - (2.6)). Нами уже было показано, каким образом можно произвести формальную линеаризацию их (см. формулы (3.28) - (3.32)). Сейчас мы используем эти квазилинейные формы для проведения линейного регрессионно-корреляционного анализа. Рассмотрим все пять моделей по отдельности.

1) *Линейная ценовая модель*

Сравнивая форму (3.28) с формой (3.14), мы получили:

$$R_L = a, \quad y_L = -\,b / R_L.$$

Тогда на основании выражений (3.19) - (3.20) можем записать рабочие формулы для расчёта рыночных параметров R_L и y_L:

$$R_L = \frac{\langle R \rangle \langle y^2 \rangle - \langle Ry \rangle \langle y \rangle}{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}; \qquad (3.33)$$

$$y_L = \frac{<R\,y><y> - <R><y^2>}{<Ry> - <R><y>}\,. \qquad (3.34)$$

Здесь согласно формулам (3.15) - (3.18)

$$<y> = (1/n)\sum_{j=1}^{n} y_j\;;$$

$$<R> = (1/n)\sum_{j=1}^{n} R_j\;;$$

$$<y^2> = (1/n)\sum_{j=1}^{n} (y_j)^2\;;$$

$$<yR> = <Ry> = (1/n)\sum_{j=1}^{n} y_j\,R_j\,.$$

После того, как рассчитаны величины R_L и y_L, коэффициент корреляции рассчитывается по формуле (см. выражение (3.22))

$$r^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n}[R_L(1-y_j/y_L) - <R>]^2}{\sum_{j=1}^{n}(Rj - <R>)^2}\,, \qquad (3.35)$$

или (см. формулу (3.25))

$$r^2 = \frac{[<y\,R> - <y><R>]^2}{(<y^2> - <y>^2)(<R^2> - <R>^2)}\,. \qquad (3.36)$$

2) *Гиперболическая ценовая модель*

Для этой модели сравнение выражения (3.29) с формулой (3.14) даёт:

$M = R,\; z = 1/y\;, a = -\,R_H\,,\; b = R_H Y,\; Y = -\,b/a\,.$

Тогда на основании формул (3.19) и (3.20) записываем рабочие формулы для расчёта рыночных параметров R_H и Y:

$$R_H = \frac{<R/y><1/y> - <R><1/y^2>}{<1/y^2> - <1/y>^2}\,, \qquad (3.37)$$

$$Y = \frac{<R><1/y> - <R/y>}{<R><1/y^2> - <R/y><1/y>}\,. \qquad (3.38)$$

Здесь

$$<1/y> = (1/n)\sum_{j=1}^{n}(1/y_j);$$

$$<1/y^2> = (1/n)\sum_{j=1}^{n}(1/y_j)^2\;;$$

$$<R/y> = (1/n)\sum_{j=1}^{n}(R_j/y_j)\,.$$

Коэффициент корреляции для этой модели рассчитывается по формуле (см. (3.22)). Получаем:

$$r^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n}[R_H(Y/y_j - 1) - <R>]^2}{\sum_{j=1}^{n}(R_j - <R>)^2}\,, \qquad (3.39)$$

или

$$r^2 = \frac{[<R/y> - <1/y><R>]^2}{(<1/y^2> - <1/y>^2)(<R^2> - <R>^2)}\,. \qquad (3.40)$$

3) *Изоэластичная ценовая модель*

Для этой модели сравнение формул (3.14) и (3.30) приводит к такому результату:

$M = \ln R\;, z = \ln y\,,\;\; a = \ln S_\lambda\;, b = -\,\lambda\,.$

Используя формулы (3.19) и (3.20), получаем для рассматриваемого случая следующие рабочие расчётные формулы:

$$S_\lambda = \exp\{\frac{<\ln R><\ln^2 y> - <\ln R\ln y><\ln y>}{<\ln^2 y> - <\ln y>^2}\}\;; \qquad (3.41)$$

$$\lambda = \frac{<\ln R><\ln y> - <\ln R \ln y>}{<\ln^2 y> - <\ln y>^2}. \qquad (3.42)$$

Здесь

$$<\ln y> = (1/n)\sum_{j=1}^{n}(\ln y_j);$$

$$<\ln^2 y> = (1/n)\sum_{j=1}^{n}(\ln^2 y_j);$$

$$<\ln R \ln y> = (1/n)\sum_{j=1}^{n}(\ln R_j \ln y_j).$$

Коэффициент корреляции рассчитывается по формуле

$$r^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n}(\ln S_\lambda - \lambda \ln y_j - <\ln R>)^2}{\sum_{j=1}^{n}(\ln R_j - <\ln R>)^2}, \qquad (3.43)$$

или

$$r^2 = \frac{[<\ln R \ln y> - <\ln y><\ln R>]^2}{[<\ln^2 y> - <\ln y>^2][<\ln^2 R> - <\ln R>^2]}. \qquad (3.44)$$

4) *Экспоненциальная ценовая модель*

Для этой модели сравнение формул (3.14) и (3.31) приводит к такому результату:

$M = \ln R$, $z = y$, $a = \ln R_v$, $b = -1/v$.

Тогда на основании формул (3.19) и (3.20) находим:

$$R_v = \exp\left\{\frac{<\ln R><y^2> - <y \ln R><y>}{<y^2> - <y>^2}\right\}, \qquad (3.45)$$

$$v = \frac{<y^2> - <y>^2}{<\ln R><y> - <y \ln R>}. \qquad (3.46)$$

Здесь

$$<y \ln R> = (1/n)\sum_{j=1}^{n}(y_j \ln R_j).$$

Коэффициент корреляции рассчитывается по формуле

$$r^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n}(\ln R_v - y_j/v - <\ln R>)^2}{\sum_{j=1}^{n}(\ln R_j - <\ln R>)^2}, \qquad (3.47)$$

или

$$r^2 = \frac{[<y \ln R> - <y><\ln R>]^2}{[<y^2> - <y>^2][<\ln^2 R> - <\ln R>^2]}. \qquad (3.48)$$

5) *Эллиптическая ценовая модель*

В этом случае из сравнения формул (3.14) и (3.37) получаем:

$M = R^2$, $z = y^2$, $a = R_e^2$, $b = -(R_e^2/y_e^2)$.

Тогда на основании выражений (3.19) и (3.20) можем записать рабочие формулы для расчёта рыночных параметров R_e и y_e:

$$R_e = \sqrt{\frac{<R^2><y^4> - <R^2 y^2><y^2>}{<y^4> - <y^2>^2}}; \qquad (3.49)$$

$$y_e = \sqrt{\frac{<R^2><y^4> - <R^2 y^2><y^2>}{<y^2><R^2> - <R^2 y^2>}}. \qquad (3.50)$$

Здесь

$$<y^4> = (1/n)\sum_{j=1}^{n}(y_j)^4;$$

$$<R^2> = (1/n)\sum_{j=1}^{n}(R_j)^2;$$

$$<R^2 y^2> = (1/n)\sum_{j=1}^{n}(R_j\, y_j)^2 .$$

После того, как рассчитаны величины R_e и y_e , коэффициент корреляции рассчитывается по формуле (см. выражение (3.22))

$$r^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} [R_e^2(1-y_j^2/y_e^2) - <R^2>]^2}{\sum_{j=1}^{n}(R_j^2 - <R^2>)^2}, \qquad (3.51)$$

или

$$r^2 = \frac{[< y^2 R^2 > - < y^2 >< R^2 >]^2}{[< y^4 > - < y^2 >^2][< R^4 > - < R^2 >^2]} . \qquad (3.52)$$

Проверим, например, формулы (3.38) и (3.39) для случая $n = 2$. Пусть нам известны такие данные эксперимента:

$$(y_1 , R_1) \text{ и } (y_2 , R_2) .$$

Тогда

$$<y> = (y_1 + y_2)/2 , \quad <R> = (R_1 + R_2)/2 ,$$
$$<yR> = (y_1 R_1 + y_2 R_2)/2 , \quad <y^2> = (y_1^2 + y_2^2)/2 .$$

Подставляя эти выражения в формулы (3.33) и (3.34), находим:

$$R_L = \frac{y_2 R_1 - y_1 R_2}{y_2 - y_1} ; \quad y_L = \frac{y_2 R_1 - y_1 R_2}{R_1 - R_2} . \qquad (3.53)$$

Эти формулы совпадают с полученными ранее выражениями (3.3) и (3.4). Точно так же могут быть проверены и рабочие формулы расчёта рыночных параметров и для других ценовых моделей.

3.5. ВЫБОР НАИЛУЧШЕЙ ЦЕНОВОЙ МОДЕЛИ

До сих пор мы обрабатывали экспериментальные данные по пяти различным ценовым моделям. Один раз, в Разделе - 3.2.1, мы уже ставили вопрос о применимости

линейной ценовой модели. Поставим теперь вопрос несколько шире: как из пяти рассмотренных нами ценовых моделей выбрать наилучшую для нашей фирмы? Правильное решение этого вопроса является одним из основных инструментов оптимизации коммерческой деятельности фирмы.

Представим здесь несколько возможных процедур выбора ценовой модели, наилучшей для конкретной фирмы.

Будем считать, что в нашем распоряжении находятся данные n маркетинговых экспериментов $(n \geq 2)$. Если $n = 2$, у нас нет возможности ни выбрать наилучшую модель из нескольких, ни проверить применимость какой-либо одной принятой к рассмотрению модели. Мы можем лишь для отдельной двупараметрической модели, принятой для работы исключительно из интуитивных соображений, рассчитать два маркетинговых параметра, входящих в формулу для темпа сбыта. При $n > 2$ ситуация меняется к лучшему - появляется весьма привлекательная возможность выбрать из нескольких ценовых моделей темпа сбыта самую подходящую, наилучшим образом отражающую ситуацию на рынке.

Итак, мы считаем, что предприниматель провёл n ценовых экспериментов $(n > 2)$ и получил n пар данных:

$$(y_1 , R_1) , \; (y_2 , R_2) , \; . . . , \; (y_n , R_n) . \qquad (3.54)$$

К непосредственному рассмотрению ниже привлекаются пять рассмотренных ранее двупараметрических ценовых моделей. Из них и будем выбирать.

Рассмотрим здесь три варианта выбора наилучшей ценовой модели на основании данных маркетингового эксперимента.

3.5.1. Способ, основанный на сравнении оценочных чисел

В этом варианте первым этапом выбора наилучшей из предложенных пяти моделей является простейший расчёт маркетинговых параметров, входящих во все рассматриваемые модели. Проведём эти расчёты по несложной схеме, развитой в Разделе 3.2. Для расчёта параметров выберем из всех n экспериментальных точек, если их больше двух, две достаточно удалённые точки (например, крайние) и будем считать их первой и второй рабочими точками. Далее расчёт проводится по формулам (3.3) - (3.13). Будем считать эту часть программы выполненной и маркетинговые параметры для всех моделей известными. Составим с помощью этих параметров и с помощью экспериментальных данных (3.54) пять следующих комбинаций (оценочных чисел, или оценочных показателей):

$$W_L = (R_L/n)\sum_{k=1}^{n}(1/R_k)(1-y_k/y_L), \qquad (3.55)$$

$$W_H = (R_H/n)\sum_{k=1}^{n}(1/R_k)(Y/y_k-1), \qquad (3.56)$$

$$W_I = (S_\lambda/n)\sum_{k=1}^{n}(1/R_k\, y_k{}^{\lambda}), \qquad (3.57)$$

$$W_v = (R_v/n)\sum_{k=1}^{n}(1/R_k)\exp(-y_k/v), \qquad (3.58)$$

$$W_e = (R_e/n)\sum_{k=1}^{n}(1/R_k)\sqrt{1-y_k{}^2/y_e{}^2}. \qquad (3.59)$$

Какая из приведенных пяти величин окажется после соответствующего численного расчёта ближе к единице, та и укажет наиболее подходящую ценовую модель.

Если ближе всех к единице величина (3.55), наилучшей ценовой моделью является линейная.

Если ближе всех к единице величина (3.56), наилучшей ценовой моделью является гиперболическая.

Если ближе всех к единице величина (3.57), наилучшей ценовой моделью является изоэластичная.

Если ближе всех к единице величина (3.58), наилучшей ценовой моделью является экспоненциальная.

Если ближе всех к единице величина (3.59), наилучшей ценовой моделью является эллиптическая.

3.5.2. Способ, основанный на сравнении коэффициентов корреляции

В этом случае проводится регрессионно-корреляционный анализ экспериментальных данных. Они обрабатываются по различным ценовым моделям, допускающим линеаризацию (например, по исследованным выше пяти моделям), и для каждой модели рассчитывается коэффициент корреляции. Какая из моделей покажет более высокую корреляцию (наибольший коэффициент корреляции), ту и следует признать наилучшей.

3.5.3. Графический способ

Этот один способ нахождения наилучшей ценовой модели является по существу визуальным. В этом случае экспериментальные точки наносятся на графики, построенные в различных осях (см. выше рис. 3.5 - 3.9). Тот график, где точки лучше легли на прямую линию, указывает на наиболее подходящую модель.

Пример 3.7

Пусть в нашем распоряжении имеется набор экспериментальных данных, полученных в результате трёх опытов. Он представлен нижеследующей таблицей.

ТАБЛИЦА - 3.6

y ($)	*R (1/дн.)*
$y_1 = 5$	$R_1 = 10$
$y_2 = 6$	$R_2 = 6$
$y_3 = 7$	$R_3 = 2$

Для того чтобы удобно было пользоваться рабочими формулами, приведенными в Разделе 3.3, составим на основании приведенной таблицы набор вспомогательных средних. Приведём их здесь:

$\langle y\rangle = 6$, $\langle R\rangle = 6$, $\langle y^2\rangle = 36{,}666667$, $\langle R^2\rangle = 46{,}666667$,
$\langle yR\rangle = 33{,}333333$, $\langle 1/y\rangle = 0{,}169841$, $\langle R/y\rangle = 1{,}095238$,
$\langle y^4\rangle = 1440{,}667$, $\langle y^2 R^2\rangle = 1330{,}667$, $\langle 1/y^2\rangle = 0{,}029395$,
$\langle R^4\rangle = 3850{,}667$, $\langle \ln y\rangle = 1{,}782369$, $\langle \ln R\rangle = 1{,}595831$,
$\langle \ln^2 y\rangle = 3{,}195753$, $\langle y \ln R\rangle = 9{,}038504$,
$\langle \ln y \ln R\rangle = 2{,}755024$, $\langle \ln^2 R\rangle = 2{,}997584$.

Из рассчитанных средних на основании формул (3.33) - (3.59) получаем такие значения маркетинговых параметров:

$$y_L = 7{,}5\,,\quad R_L = 30{,}0\,,\quad Y = 7{,}898558\,,\quad R_H = 17{,}569594,$$
$$S_\lambda = 2{,}234889 \times 10^4\,,\quad \lambda = 4{,}723321\,,\quad R_v = 616{,}568853\,,$$
$$v = 1{,}242664\,,\quad R_e = 13{,}843379\,,\quad y_e = 6{,}962014\,.$$

Ещё раз отметим, что промежуточные расчёты следует вести с высокой точностью. Округление производится только в окончательном результате.

Приведём значения корреляционных коэффициентов, рассчитанные по формулам (3.35), (3.39), (3.43), (3.49) и (3.51).

Для линейной модели $r^2 = 1{,}000000$.

Для гиперболической модели $r^2 = 0{,}991266$.

Для изоэластичной модели $r^2 = 0{,}935805$.

Для экспоненциальной модели $r^2 = 0{,}957445$.

Для эллиптической модели $r^2 = 0{,}899162$.

Отсюда видно, что наилучшей из всех следует признать линейную ценовую модель (действительно, все три «экспериментальные» точки специально были выбраны такими, чтобы они без отклонений укладывались на одну линию в системе координат $\{ y \;, R \}$. Другие модели показали корреляционные коэффициенты, лишь на несколько процентов отличающиеся от единицы. Из этого следует, что на практике может случиться так, что придётся выбирать среди моделей, которые показывают коэффициент корреляции очень близкий к единице. Приведенный результат показывает также, что сама по себе большая величина коэффициента корреляции ещё не является гарантией того, что данная модель хороша.

Пример 3.8

Здесь мы продолжим рассмотрение Примера 3.6 с целью выяснить, какая ценовая модель лучше всего описывает кривую спроса для фирмы, торгующей печеньем. Рабочая таблица экспериментальных точек в данном случае имела такой вид:

y	R
$y_1 = 3{,}69$	$R_1 = 15{,}0$
$y_2 = 3{,}99$	$R_2 = 11{,}0$
$y_3 = 4{,}29$	$R_3 = 9{,}0$

Приведём полученные из этой таблицы средние расчётные величины, необходимые для вычисления коэффициентов корреляции и маркетинговых параметров:

$$\langle y \rangle = 3{,}999\,,\qquad \langle R \rangle = 11{,}666667\,,\qquad \langle y^2 \rangle = 15{,}9801\,,$$
$$\langle R^2 \rangle = 142{,}3333\,,\quad \langle 1/y \rangle = 0{,}251577,\ \langle y\,R \rangle = 45{,}95\,,$$
$$\langle 1/y^2 \rangle = 0{,}063531,\quad \langle R/y \rangle = 2{,}973278\,,$$
$$\langle R^4 \rangle = 2{,}3942{,}33\,,\quad \langle y^4 \rangle = 259{,}18622\,,$$
$$\langle \ln y \rangle = 1{,}381901\,,\ \langle \ln^2 y \rangle = 1{,}913437\,,\ \langle \ln R \rangle = 2{,}43439\,,$$
$$\langle \ln y\ \ln R \rangle = 3{,}351226\,,\ \langle y \ln R \rangle = 9{,}662134\,,$$
$$\langle \ln^2 R \rangle = 5{,}97041\,,\ \langle y^2 R^2 \rangle = 2160{,}229\,.$$

В этом случае корреляционные коэффициенты, рассчитанные для разных моделей по формулам (3.35), (3.39), (3.43), (3.47) и (3.51), таковы.

Для линейной модели $r^2 = 0{,}964291$.

Для гиперболической модели $r^2 = 0{,}977779$.

Для изоэластичной модели $r^2 = 0{,}989110$.

Для экспоненциальной модели $r^2 = 0{,}984925$.

Для эллиптической модели $r^2 = 0{,}927364$

Из этих данных следует, что для данной фирмы, выходящей на рынок с новым сортом печенья, наилучшей ценовой моделью следует признать изоэластичную модель. Рассчитаем её параметры по формулам (3.46) и (3.47) . Получаем:

$$\lambda = 3{,}396157\,,\quad S_\lambda = 1245{,}701\ \$^\lambda / дн.$$

Не лишним будет при этом отметить, что все приведенные в этом примере коэффициенты корреляции сами по себе достаточно высоки. Это ещё раз подтверждает положение о том, что настоящую ценность представляет сравнение коэффициентов корреляции, а не отдельный коэффициент сам по себе.

Пример 3.9

Продолжим рассмотрение Примера 3.5. Там была приведена Таблица - 3.3, содержащая экспериментальные данные. Воспроизведём её ещё раз (работаем здесь с безразмерными величинами):

y	*R*
10,0	*50*
10,5	*33*
12,0	*10*
13,0	*4*

Сначала произведём выбор наилучшей ценовой модели с помощью графического способа. Для этого внесём приведенные четыре экспериментальные точки в системы координат, изображённые на рис. 3.5 - 3.9, и соединим крайние точки прямыми линиями, как это показано на рис. 3.5* - 3.9*.

Из приведенных ниже рисунков видно, что экспериментальные точки лучше всего ложатся на одну прямую на рис. 3.8*. Из этого следует, что для данной фирмы кривая спроса, отражающая состояние рынка, лучше всего описывается экспоненциальной ценовой моделью (2.5):

$$R(y) = R_v \, exp\,(- y / v)\ .$$

В дальнейшем мы увидим, что полученный здесь результат согласуется с результатом, полученным при использовании другого критерия выбора.

А теперь мы произведём выбор наилучшей модели, основываясь на значениях маркетинговых параметров, рассчитанных для различных моделей по упрощённой схеме в Примере 3.5. Введём в формулы (3.55) - (3.59) эти параметры и данные из таблицы экспериментальных данных.

Тогда расчёт проверочных величин приводит к такому результату:

$$W_L = 1{,}423\ ,\ W_H = 1{,}453\ ,\ W_I = 0{,}906\ ,\ W_v = 0{,}961\ ,\ W_e = 2{,}209.$$

Из этих чисел видно, что для упомянутой ранее фирмы, торгующей мелким медицинским оборудованием, наиболее пригодной снова оказывается экспоненциальная ценовая модель. При этом её параметры, оцененные посредством простейшей расчётной схемы, таковы:

$$v = 1{,}187776\ \$\ ,\ \ R_v\ =\ 2{,}266401\times 10^5\ .$$

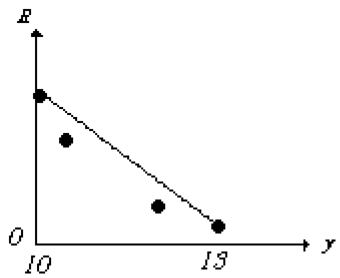


Рис. 3.5.*

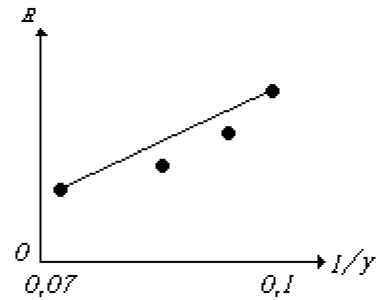


Рис. 3.6.*

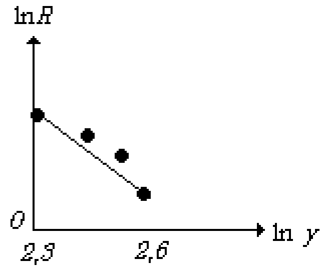


Рис. 3.7.*

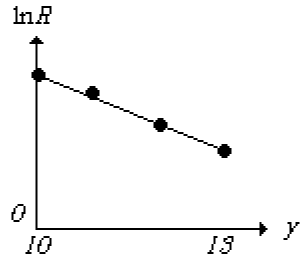


Рис. 3.8.*

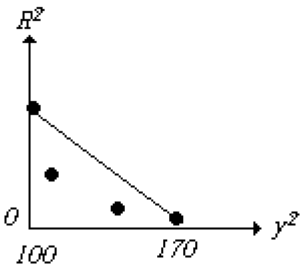


Рис. 3.9.*

Из оценочных чисел видна также абсолютная непригодность эллиптической модели. И это понятно: фирма ведёт сбыт своего товара на рынке свободной конкуренции, где эластичность спроса в данном случае очень велика ($\lambda = E \approx 9{,}6;$

см. Пример 3.5). А эллиптическая модель лучше подошла бы фирме-монополисту.

Обработаем теперь экспериментальные точки, содержащиеся в таблице, используя методику регрессионно-корреляционного анализа. Начнём с того, что составим необходимые для дальнейших расчётов средние:

$$< y > = 11{,}375\,, \quad < R > = 24{,}25\,, \quad < y^2 > = 130{,}8125\,,$$
$$< R^2 > = 926{,}25\,, < 1/y > = 0{,}088874\,, < 1/y^2 > = 7{,}98297\times 10^{-3},$$
$$< y\,R > = 254{,}625\,, \quad < R/y > = 2{,}320971\,,$$
$$< R^4 > = 1{,}861544\times 10^6\,, \; < y^4 > = 17863{,}02\,,$$
$$< \ln y > = 2{,}425954\,, < \ln^2 y > = 5{,}896147\,, < \ln R > = 2{,}774353\,,$$
$$< \ln y \; \ln R > = 6{,}626713\,, \; < y \ln R > = 30{,}371602\,,$$
$$< \ln^2 R > = 8{,}6883\,, < y^2 R^2 > = 9{,}679156\times 10^4\,.$$

Выполнив соответствующие расчёты по формулам (3.33) - (3.52), получаем для каждой из пяти ценовых моделей набор маркетинговых параметров и коэффициент корреляции.

Для линейной модели:

$$y_L = 13{,}0\,\$\,, \quad R_L = 194\,/\,дн., \qquad r^2 = 0{,}937137\,.$$

Для гиперболической модели

$$Y = 13{,}067\,\$\,, \quad R_H = 150{,}341\,/\,дн.\,, \qquad r^2 = 0{,}963681\,.$$

Для изоэластичной модели:

$$\lambda = 9{,}5225\,, \quad S_\lambda = 1{,}728\times 10^{11}\,\$^\lambda\,/\,дн.\,, \; r^2 = 0{,}996565\,.$$

Для экспоненциальной модели:

$$v = 1{,}198\,\$\,, \; R_v = 2{,}127047\times\, 10^5/дн.\,, \quad r^2 = 0{,}999088\,.$$

Для эллиптической модели:

$$y_e = 12{,}624\,\$\,, \quad R_e = 71{,}91/\,дн.\,, \qquad r^2 = 0{,}788080\,.$$

Из приведенных значений коэффициента корреляции снова видно, что наилучшей является экспоненциальная модель. Таким образом, все три способа выбора наилучшей ценовой модели привели к одинаковому результату.

Отметим, что согласно последнему проведенному расчёту представляется вполне приемлемой также и изоэластичная модель, поскольку для неё коэффициент корреляции тоже очень близок к единице. Однако при последующих расчётах оптимальных цен продажи (см. Главу четвёртую) мы увидим, что применительно к данному примеру окончательные результаты (в частности, ожидаемый темп прибыли) для экспоненциальной и изоэластичной моделей при поразительной близости коэффициентов корреляции всё же заметно расходятся.

Отметим также, что в рассмотренном здесь примере численные значения маркетинговых параметров экспоненциальной модели, рассчитанные по простой схеме, мало отличаются от значений, полученных в рамках регрессионно-корреляционного анализа.

Пример 3.10

Рассмотрим ценовой эксперимент, проведенный фирмой, намеренной выпустить на рынок новое моющее средство. Цель эксперимента - найти наилучшую своему товару цену при будущих продажах. Этот эксперимент заключался в кратковременном пробном сбыте нового товара по трём разным ценам в разных по полному объёму оборота магазинах при прочих, насколько было возможно, равных условиях (*ср.!*). В ходе эксперимента учитывалось, что скорость сбыта зависит от величины оборота магазина, в котором проводится исследуемый сбыт. Данные этого эксперимента, продолжавшегося 28 дней, представлены в Таблице - 3.7 и Таблице - 3.8.

ТАБЛИЦА - 3.7

	Пробная цена единицы товара ($)		
Неделя	*8,49*	*9,19*	*9,89*
1-я	630	280	270
2-я	540	404	360
3-я	720	610	600
4-я	788	550	460
	Всего за 28 дней		
	2670	1840	1690
	Ср. темп сбыта(1/дн.)		
	95,4	65,7	60,4

В приведенной здесь таблице показан понедельный ход пробной продажи, которая проводилась в течение четырёх недель в магазине, чей недельный оборот превышал 400 000 $. Здесь показаны количество проданных упаковок и пробные цены за одну упаковку. Эксперимент был повторен этой же фирмой в других магазинах с меньшим оборотом. Результаты этого эксперимента показаны в приведенной ниже таблице. Здесь дано общее количество упаковок, проданных в течение четырёх недель в магазинах с разным оборотом.

ТАБЛИЦА - 3.8

	Цена единицы товара ($)		
Четырёхнедельный оборот магазина	*8,49*	*9,19*	*9,89*
> 1600 000 $	2670	1840	1690
1000 000 $ - 1600 000 $	1260	1200	1000
< 1000 000 $	840	500	400
	Всего		
	4770	3540	3090

Что можно усмотреть из приведенных данных? Из Таблицы - 3.7, на первый взгляд, почти ничего не видно, кроме банального факта, что по меньшей цене товар покупается охотнее. Можно, впрочем, заметить также и то, что эксперимент потребовал значительного времени: данные по разным неделям характеризуются большим разбросом. Видно, что однонедельный эксперимент был бы недопустимо коротким. Из Таблицы - 3.8 видно, что в больших магазинах товар расходится лучше, чем в малых. Фирма, проводящая эксперимент, сумела это обстоятельство предусмотреть на этапе планирования опытных продаж, и была в том права.

Давайте теперь подумаем, как наилучшим образом можно использовать полученные экспериментальные данные. Вначале попробуем ответить на такой вопрос: какая из трёх пробных цен (*8,49 $,9,19 $, 9,89 $*) является наилучшей для фирмы? Для этого рассмотрим средний темп выручки, то есть среднюю выручку за один день в том магазине, где средний недельный оборот превышает 400000 $. Расчёты проведём на основании формулы (1.15). Результат приведен в Таблице - 3.9.

ТАБЛИЦА - 3.9

Цена ($)	*Темп сбыта (1/дн.)*	*Темп выручки ($/дн.)*
8,49	95,4	810
9,19	65,7	604
9,89	60,4	597

Из неё видно, что наибольший темп выручки был достигнут при наименьшей пробной цене продажи. Для двух других пробных цен темп выручки практически одинаков. Означает ли это, что цена *8,49 $* за единицу товара является для фирмы лучшей из трёх указанных? Конечно, нет. Чтобы дать правильный ответ на поставленный вопрос, вспомним, что при нормальных условиях сбыта фирму интересует не столько выручка, сколько прибыль. Поэтому обязательно нужно учесть не только доход, но и расходы, которые несёт фирма.

Повторим ещё раз используемые нами обозначения:

y - цена продажи единицы товара,
x - себестоимость единицы товара,
R - темп сбыта данного товара.

Используя эти величины, введём такое понятие: *темп дохода от операции сбыта*, или (только ради краткости) просто *темп дохода*, следующим соотношением:

$$r = (y - x)\,R\ . \tag{3.60}$$

Эта величина отличается от темпа выручки g (см. формулу (1.15)) тем, что в ней в явном виде учтена себестоимость товара. Размерность величин r и g одинакова - обе измеряются в $\$ / дн.$ Величину (3.60) иногда ещё называют *чистым темпом дохода*; по своей структуре она похожа на темп прибыли (мы ещё раз введём его ниже), но всё же не является настоящим темпом прибыли от рассматриваемой операции сбыта, поскольку в неё не включены неизбежные текущие расходы, относящиеся исключительно к операции сбыта. Однако, при известных текущих расходах величина r является безусловно приемлемой мерой прибыли, и знание её величины позволяет сделать вполне определённые выводы. Поэтому именно эта величина является популярным объектом исследования в научной литературе.

ТАБЛИЦА - 3.10

Составим на основании Таблицы - 3.9 и формулы (3.60)

	Темп дохода ($ / дн.)		
y	*x = 5 $*	*x = 6 $*	*x = 7 $*
8,49$	333	238	142
9,19$	275	210	144
9,89$	295	235	175

ещё одну таблицу, содержащую темп дохода при различных, предполагаемых нами, значениях себестоимости товара. Самой фирме величина x , разумеется, известна.

Из приведенной таблицы видно, что при себестоимости $x \le 6\ \$$ наибольший темп дохода достигается при наименьшей цене продажи, с $y = 8{,}49\ \$$. При себестоимости $x = 7\ \$$ наибольший темп дохода связан с наибольшей из трёх опытных цен, с ценой $y = 9{,}89\ \$$. Отсюда следует, что, основываясь на одних лишь данных маркетингового эксперимента, показанных в Таблицах - 3.7, 3.8 и 3.9, нельзя сделать вывод о том, которая из трёх пробных цен сбыта в действительности лучше (для фирмы), чем две другие. А вот с помощью таблицы типа 3.10 уже можно сделать вывод, какая из трёх пробных цен продажи является наилучшей для фирмы, ведущей сбыт данного товара. Потому что каждая фирма хорошо знает себестоимость своего товара. Однако, и в этом случае совершенно открытым остаётся вопрос о наилучшей цене продажи вообще. В дальнейшем мы покажем, как после обработки данных минимального маркетингового ценового эксперимента на основе рассчитанных численных значений маркетинговых параметров производится расчёт оптимальной цены сбыта и других полезных величин. Таким образом мы сумеем не просто выбрать лучшую из трёх экспериментальных цен, а найти вообще наилучшую цену продажи при данном состоянии рынка.

А теперь перейдём к вопросу о выборе ценовой модели, наилучшим образом отражающей кривую спроса на товар данной фирмы. Для простоты рассмотрим здесь суммарную для всех трёх опытных магазинов картину. Составим на основе указанной Таблицы - 3.8 расширенную таблицу (из двух частей), полезную для дальнейших расчётов.

Расчёты проведём в рамках простейшей методики, описанной в Разделе 3.2.

В качестве двух «рабочих» точек выберем две крайние ценовые точки:

$$y_1 = 8{,}49\ \$\ ,\ R_1 = 4770\,/\,мес.\ ;$$

$$y_2 = 9{,}89\ \$\ ,\ R_2 = 3090\,/\,мес.$$

ТАБЛИЦА - 3.11

№	*y*	*y* ²	*1 / y*	ln *y*
1	8,49	72,080	0,1178	2,1389
2	9,19	84,456	0,1088	2,2181
3	9,89	97,812	0,1011	2,2915

№	*R*	*R*²	*1/R*	ln *R*
1	4770	$2{,}2753 \times 10^{7}$	$2{,}0964 \times 10^{-4}$	8,4701
2	3540	$1{,}2532 \times 10^{7}$	$2{,}8249 \times 10^{-4}$	8,1719
3	3090	$9{,}548 \times 10^{6}$	$3{,}2362 \times 10^{-4}$	8,0360

Расчёт маркетинговых параметров по формулам (3.3) - (3.13) с помощью приведенной расширенной таблицы приводит к таким результатам:

1). *Линейная модель*

$$y_L = 12{,}465\ \$\ ,\quad R_L = 14958\,/\,мес.$$

2). *Гиперболическая модель*

$$Y = 14{,}195452\ \$\ ,\quad R_H = 7098\,/\,мес.$$

3). *Изоэластичная модель*

$$\lambda = 2{,}84453\ ,\quad S_\lambda = 2{,}09326\ г\ 10^6\ \$^\lambda\ /\,мес.$$

4). *Экспоненциальная модель*

$$v = 3{,}224505\ \$\ ,\quad R_v = 66374{,}23\,/\,мес.$$

5). *Эллиптическая модель*

$$y_e = 10{,}789733\ \$\ ,\quad R_e = 7729{,}294\,/\,мес.$$

Подставляя теперь все три экспериментальные точки из Таблицы 3.11 и рассчитанные здесь маркетинговые параметры в формулы (3.55) - (3.59), получаем: $W_L = 1{,}0367$, $W_H = 1{,}0307$, $W_I = 1{,}0252$, $W_v = 1{,}0282$, $W_e = 0{,}8479$.

Отсюда видно, что две из пяти ценовых моделей являются наиболее подходящими. Эллиптическая и линейная модели представляются менее предпочтительными, а наилучшей следует признать изоэластичную ценовую модель с такими маркетинговыми параметрами:

$$\lambda = 2{,}84453\ ,\quad S_\lambda = 2{,}09326 \times 10^6\ \$^\lambda\ /мес.$$

3.6. ЭКСПЕРИМЕНТ С РЕГИСТРАЦИЕЙ ТЕМПА ВЫРУЧКИ

В случае, когда фирма ведёт на рынке сбыт товаров в широком ассортименте, не всегда удобно (точнее, всегда неудобно) проводить маркетинговый эксперимент, регистрируя темп сбыта каждого отдельного вида товара. При этом накапливается слишком большое количество данных, что препятствует оперативной обработке их. В этом случае гораздо удобнее распределить товар по группам (число последних, естественно, должно быть не очень велико) и выбрать внутри каждой группы один индивидуальный репер - тот товар, цена которого будет представлять и определять все цены внутри данной группы. Смысл репера состоит в том, что всякое относительное изменение цены реперного, показательного товара всегда должно сопровождаться в точности таким же относительным изменением цен внутри

всей группы. Разумеется, репер должен быть назначен достаточно умело.

Пусть, например, мы составили группу товаров, цены внутри которой при пробном эксперименте меняются от 0,5 \$ до 10 \$. В качестве реперного пусть будет выбран товар с ценой 2 \$. Допустим, что в ходе одного из других пробных маркетинговых экспериментов реперному товару назначена цена 2,2 \$ (то есть на 10% выше). Тогда на столько же процентов в том же эксперименте следует повысить цены остальных товаров данной группы. Теперь их цены будут меняться от 0,55 \$ до 11 \$. Пусть в дальнейшем окажется, что наилучшая цена продажи реперного товара равна 1,7 \$ (на 15% меньше первой пробной цены). Это означает, что наилучшие цены сбыта товаров внутри рассматриваемой группы распределятся в интервале от 0,425 \$ до 8,5 \$.

При описанной здесь ситуации в ходе рыночного эксперимента регистрируются назначенные пробные цены реперных товаров (будем их, как прежде, обозначать символом y), а также соответствующие этим ценам темпы общей выручки для каждой из всех исследуемых групп (обозначим их буквой G). В этом разделе мы простоты ради ограничимся рассмотрением лишь одной группы, содержащей целый ряд родственных товаров. Теперь при использовании различных ценовых моделей темпа сбыта, а с ними и моделей темпа выручки, мы должны понимать, что при такой постановке опытов параметры этих моделей относятся не к одному лишь реперному товару, а характеризуют скорость сбыта всех товаров, принадлежащих к данной группе. В основу построения моделей темпа выручки мы положим уже известные нам двупараметрические ценовые модели темпа сбыта. Сохраним для их параметров прежние обозначения. Но параметры эти, повторяем, являются теперь уже параметрами, характеризующими особенности сбыта всей группы товаров, а не какого-нибудь отдельного товара.

В силу сказанного, определим для рассматриваемого здесь случая темп сбыта $R(y)$ (практически, величину, характеризующую средний объём ежедневных продаж товаров определённой группы) соотношением, построенным по типу формулы (1.15):

$$R(y) = G(y) / y \; . \qquad (3.61)$$

Здесь, напоминаем, y - цена единицы реперного товара. Функциональную зависимость $R(y)$ будем в дальнейшем формально задавать теми же соотношениями (2.1), (2.3), (2.5), (2.7) и (2.9), которые были приняты раньше. Но теперь входящие в указанные формулы маркетинговые параметры (y_L, R_L и т. д.) являются характеристиками сбыта не одного отдельного товара, а всех товаров, принадлежащих выбранной группе. В этом разделе мы будем пользоваться прежней терминологией, но при этом будем всё время помнить, что здесь фактически речь идёт не об индивидуальных, а о групповых характеристиках.

Рассмотрим различные ценовые модели темпа сбыта по отдельности. В этом разделе все приведенные ниже графики построены на основе формы (3.61). Таким образом,

$$G(y) = y\, R(y) \; . \qquad (3.62)$$

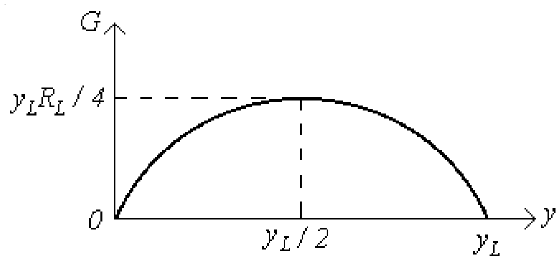


Рис. 3.10.

1) *Линейная ценовая модель (см. формулу (2.1))*

Для такой модели

$$G_L(y) = y\, R_L (\, 1 - y / y_L \,) \; . \qquad (3.63)$$

Графически эта зависимость показана выше, на рис. 3.10. Видно, что эта кривая является частью параболы с максимумом в точке $y = y_L / 2$.

2) *Гиперболическая ценовая модель (см. формулу (2.3))*

Для такой модели

$$G(y) = R_H (\, Y - y \,) \; . \qquad (3.64)$$

Графически эта зависимость показана на рис. 3.11. Видно, что в данном случае темп выручки является монотонно спадающей линейной функцией цены.

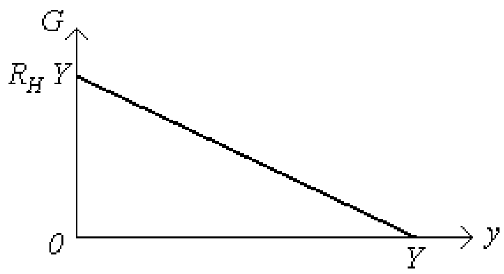


Рис. 3.11.

3) *Изоэластичная ценовая модель (см. формулу (2.5) при $\lambda > 1$)*

Для такой модели

$$G(y) = S_\lambda\, y^{1 - \lambda} . \qquad (3.65)$$

Графически эта зависимость показана на рис. 3.12. Видно, что в данном случае темп выручки является монотонно спадающей нелинейной функцией цены.

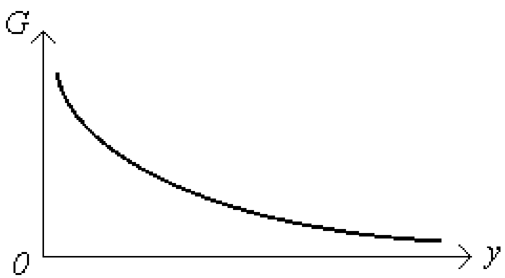


Рис. 3.12.

4) *Экспоненциальная ценовая модель (см. формулу (2.7))*

Для такой модели

$$G(y) = y\, R_v \exp\,(- y / v) \; . \qquad (3.66)$$

Графически эта зависимость показана на рис. 3.13 (здесь e - основание натурального логарифма). Видно, что эта кривая немонотонна и имеет максимум в точке $y = v$.

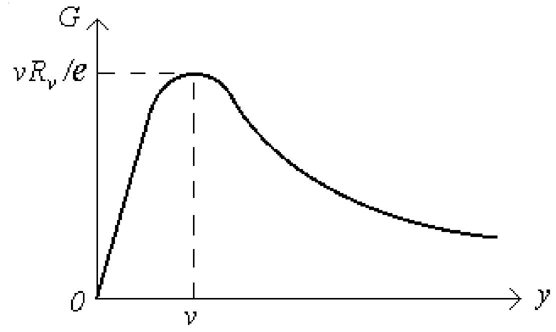


Рис. 3.13.

5) *Эллиптическая ценовая модель (см. формулу (2.9))*

Для такой модели

$$G(y) = y\, R_e\, [1 - (y / y_e)^2]^{1/2}\,. \qquad (3.67)$$

Графически эта зависимость показана на рис. 3.14. И в этом случае кривая $G(y)$ немонотонна и достигает максимума при цене продажи $y_e / \sqrt{2}$.

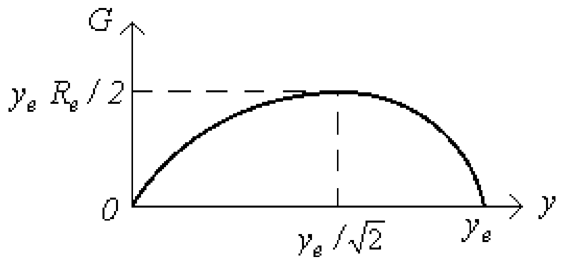


Рис. 3.14.

Будем считать, что нами из некоторых общих соображений выбрана определённая двухпараметрическая ценовая модель и мы ставим минимальный маркетинговый эксперимент с целью найти параметры этой модели. Будем считать, что опыт, проведенный с двумя различными ценами продажи (*ceteris paribus*), дал две пары чисел: (y_1, G_1) и (y_2, G_2) .

Следует помнить, что для некоторых моделей кривая $G(y)$ немонотонна. В силу этого нужно все опыты ставить в той области цен, где выручка монотонно убывает при росте цены. Таким образом, при $y_2 > y_1$ должно обязательно выполняться условие $G_2 < G_1$.

Перейдём к вычислению параметров моделей функции $G(y)$. Подставляя приведенные опытные данные попарно в формулы (3.63) - (3.67), получим системы уравнений вида

$$G_1 = y_1 R(y_1) ; \qquad G_2 = y_2 R(y_2). \qquad (3.68)$$

Решая полученную систему уравнений, находим такие рабочие выражения для расчёта рыночных параметров всех рассматриваемых нами ценовых моделей.

1). *Линейная модель*

$$y_L = (G_1 y_2^2 - G_2 y_1^2) / (G_1 y_2 - G_2 y_1) ,$$
$$R_L = (G_1 y_2^2 - G_2 y_1^2) / y_2 y_1 (y_2 - y_1) . \qquad (3.69)$$

2). *Гиперболическая модель*

$$Y = (G_1 y_2 - G_2 y_1) /(G_1 - G_2) ,$$
$$R_H = (G_1 - G_2) / (y_2 - y_1) . \qquad (3.70)$$

3). *Изоэластичная модель*

$$\lambda = 1 + [\ln (G_1 / G_2)] / [\ln (y_2/y_1)] ,$$
$$S_\lambda = G_1 y_1^{\lambda - 1}. \qquad (3.71)$$

4). *Экспоненциальная модель*

$$v = (y_2 - y_1) / [\ln (G_1 y_2 / G_2 y_1)] ,$$
$$R_v = (G_1 / y_1) \exp (y_1 / v) \qquad (3.72)$$

5). *Эллиптическая модель*

$$y_e = [(y_1^4 G_2^2 - y_2^4 G_1^2) /(y_1^2 G_2^2 - y_2^2 G_1^2)]^{1/2} ,$$
$$R_e = [(y_1^4 G_2^2 - y_2^4 G_1^2)]^{1/2} / y_1 y_2 (y_1^2 - y_2^2)^{1/2}. \qquad (3.73)$$

При наличии большого числа экспериментальных точек маркетинговые параметры модельных функций $G(y)$ могут быть определены также и методом регрессионно-корреляционного анализа, подобно тому, как мы ранее находили параметры модельных функций $R(y)$.

Здесь, однако, следует принять во внимание, что модельные функции $G(y)$ вида (3.63) - (3.67) не принадлежат к классу функций, позволяющему формально линеаризовать уравнения вида $G_j = G(y_j)$, связывающие две координаты экспериментальных точек: y_j и G_j. Поэтому в качестве экспериментальных точек мы будем брать пары иного вида, чем те, которые мы использовали в Разделе 3.4. Будем считать, что экспериментальные данные образуют следующий набор:

$$y_1,\ \ G_1;$$
$$y_2,\ \ G_2;$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$y_j,\ \ G_j;$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$y_n,\ \ G_n.$$

Здесь в левой колонке стоят цены реперного товара (y_j - цена реперного товара при j-ом эксперименте), в правой - соответствующие выбранным пробным ценам темпы выручки, полученной при сбыте всей рассматриваемой группы товаров.

Тогда для расчёта параметров моделей (3.63) - (3.67) мы можем использовать все формулы (3.20) - (3.39), проведя в них формальную замену

$$R_j \rightarrow G_j / y_j$$

и считая величину y_j ценой реперного товара.

Если число пробных измерений общего темпа выручки с разными реперными ценами больше двух, то после того, как расчётным путём найдены значения маркетинговых параметров, относящихся ко всем пяти ценовым моделям, появляется возможность провести выбор наилучшей из этих моделей. Для этого экспериментальные данные и рассчитанные значения параметров ценовых моделей подставляются в следующие формулы:

$$V_L = (R_L / n) \sum_{k=1}^{n} (y_k / G_k)(1 - y_k / y_L), \tag{3.74}$$

$$V_H = (R_H / n) \sum_{k=1}^{n} (1 / G_k)(Y - y_k), \tag{3.75}$$

$$V_I = (S_\lambda / n) \sum_{k=1}^{n} (1 / G_k y_k^{\lambda - 1}), \tag{3.76}$$

$$V_v = (R_v / n) \sum_{k=1}^{n} (y_k / G_k) \exp(-y_k / v), \tag{3.77}$$

$$V_e = (R_e / n) \sum_{k=1}^{n} (y_k / G_k) [1 - (y_k / y_e)^2]^{1/2}. \tag{3.78}$$

Какая из приведенных пяти величин после соответствующего численного расчёта окажется ближе к единице, та и укажет наиболее подходящую ценовую модель.

Если ближе всех к единице величина (3.74), наилучшей ценовой моделью является линейная.

Если ближе всех к единице величина (3.75), наилучшей ценовой моделью является гиперболическая.

Если ближе всех к единице величина (3.76), наилучшей ценовой моделью является изоэластичная.

Если ближе всех к единице величина (3.77), наилучшей ценовой моделью является экспоненциальная.

Если ближе всех к единице величина (3.78), наилучшей ценовой моделью является эллиптическая.

Пример 3.11

Будем считать, что в результате проведенного фирмой минимального маркетингового эксперимента установлено, что при пробной продаже группы товаров при первой реперной цене $y_1 = 5\,\$$ был достигнут общий темп выручки $G_1 = 300\,\$/дн.$, а при более высокой реперной цене $y_2 = 6\,\$$ темп выручки составил $G_2 = 225\,\$/дн.$

Тогда расчёт по формулам (3.69) даёт такие значения рыночных параметров:

$$y_L = 7{,}666667\,\$, \qquad R_L = 172{,}5/дн.;$$

расчёт по формулам (3.70) -

$$Y = 9\,\$, \qquad R_H = 75/дн.;$$

расчёт по формулам (3.71) -

$$\lambda = 2{,}577883\,, \qquad S_\lambda = 3802{,}018\,\$^{2{,}577...}/\,дн.\,;$$

расчёт по формулам (3.72) -

$$v = 2{,}127643\,\$\,, \qquad R_v = 629{,}145701\,/\,дн.\,;$$

расчёт по формулам (3.73) -

$$y_e = 6{,}561348\,\$\,, \qquad R_e = 92{,}659568\,/\,дн.$$

Будем считать, что с целью нахождения наилучшей ценовой модели нами в ходе маркетингового эксперимента было проведено ещё и третье измерение. Его результат: $y_3 = 4\,\$\,,\ G_3 = 420\,\$\,/\,дн.$

Подставляя в формулы (3.74) - (3.78) рыночные параметры из предыдущего примера, а также данные всех трёх экспериментов, получаем:

$$V_L = 0{,}7857\,,\ \ V_H = 0{,}8929\,,\ \ V_I = 1{,}0157\,,$$
$$V_v = 0{,}9147\,,\ \ V_e = 0{,}6995.$$

Отсюда видно, что для рассмотренного в этом примере случая предпочтительной является изоэластичная ценовая модель. Все остальные модели явно непригодны.

Пример 3.12

Рассмотрим экспериментальные данные, относящиеся к целой товарной группе и представленные в Таблице - 3.12. Здесь в левой колонке стоят пробные цены реперного товара, а в правой - соответствующие им средние ежедневные выручки от продажи всех товаров, относящихся к данной группе.

ТАБЛИЦА - 3.12

Цена ($)	*Темп выручки ($ / дн.)*
$y_1 = 6$	$G_1 = 1000$
$y_2 = 7$	$G_2 = 900$
$y_3 = 8$	$G_3 = 750$

Проведём расчёт рыночных параметров, используя лишь две крайние точки. То есть полагаем при численном расчёте по формулам (3.69) - (3.73):

$y_1 = 6$	$G_1 = 1000$
$y_2 = 8$	$G_2 = 750$

В результате приходим к таким численным значениям маркетинговых параметров:

$$y_L = 10{,}571429\,\$\,,\ \ R_L = 385{,}416667\,/дн.\,;$$
$$Y = 14\,\$\,,\ \ R_H = 125\,/дн.\,;$$
$$\lambda = 2\,,\ \ S^\lambda = 6000\,\$^{2.}\,/дн.\,;$$
$$v = 3{,}476059\,\$\,,\ \ R_v = 936{,}443\,/\,дн.\,;$$
$$y_e = 8{,}772685\,\$\,,\ \ R_e = 228{,}455\,/\,дн.$$

Введём эти числа и промежуточную табличную точку ($y = 7\$$, $G = 900\,/\,дн.$) в оценочные формулы (3.74) - (3.78). Тогда находим такие значения проверочных коэффициентов:

$$V_L = 1{,}0127\,,\ V_H = 0{,}9722\,,\ V_I = 0{,}9524\,,\ \ V_v = 0{,}9722\,,\ \ V_e = 1{,}0710.$$

Отсюда следует, что в рассматриваемом случае предпочтительной является линейная ценовая модель с параметрами

$$y_L \approx 10{,}57\,\$\,,\ \ R_L \approx 385{,}4\,/\,дн.$$

Теперь, определившись с наилучшей ценовой моделью, мы можем попробовать уточнить параметры её, построив линейную регрессию. Исходной теперь для нас будет новая таблица, построенная на основании Таблицы - 3.12 и перехода $G_j / y_j \to R_j$. Назовём данную величину R_j характерным темпом.

ТАБЛИЦА - 3.12(а)

Реперная цена ($)	*Характерный темп (1 / дн.)*
$y_1 = 6$	$R_1 = 166{,}7$
$y_2 = 7$	$R_2 = 128{,}6$
$y_3 = 8$	$R_3 = 93{,}75$

Теперь мы можем воспользоваться для расчёта групповых маркетинговых параметров формулами (3.20) и (3.21). Получаем:

$$y_L \approx 10{,}56\,\$\,,\ \ R_L \approx 385{,}0\,/\,дн.$$

Эти числа оказались весьма близки к полученным выше.